

Wstęp do optyki i fizyki materii skondensowanej

O: Wojciech Wasilewski

FMS: Mateusz Goryca

Zasady części O

- Wykład przeglądowny
- Ćwiczenia rozszerzające lub ilustrujące
- Sprawdzane prace domowe
psi.fuw.edu.pl/Main/WdOiFMS
- Ocena końcowa: średnia O i FMS

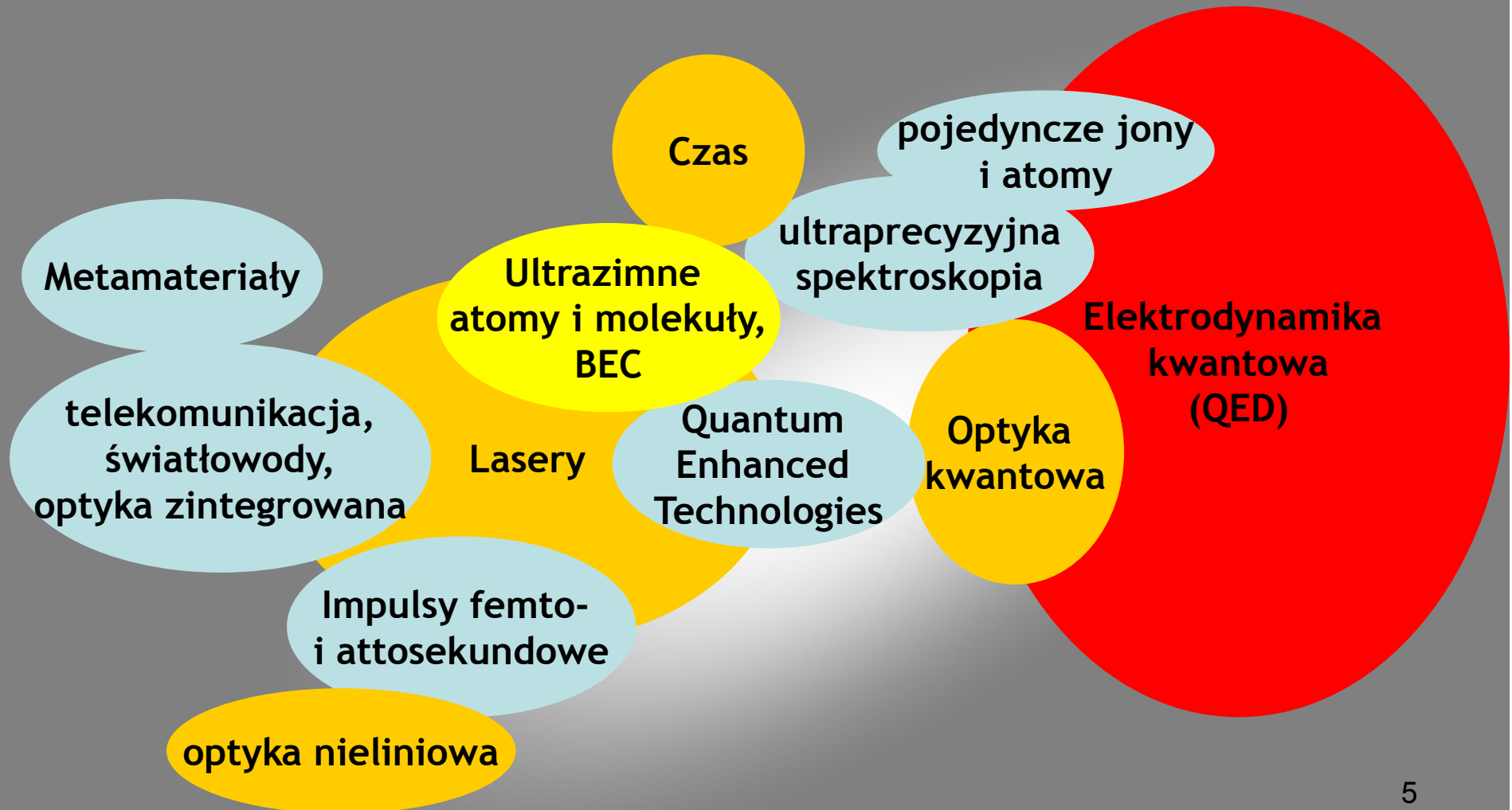
Zasady części O – Wykł+Ćw

- Prace domowe dopuszczają do egzaminu
- Ocena O:
 - 30% zadania domowe,
 - 30% egz. pisemny,
 - 40% egz. ustny:
 - lista zagadnień
 - + dyskusja nt. zadań domowych –
trzymajcie swoje rozwiązania!

Zasady części O – sam wykład

- 30% lista obecności
- 70% Zadania domowe
z ew. dyskusją (poziom db+ i wyżej)

Optyka współczesna



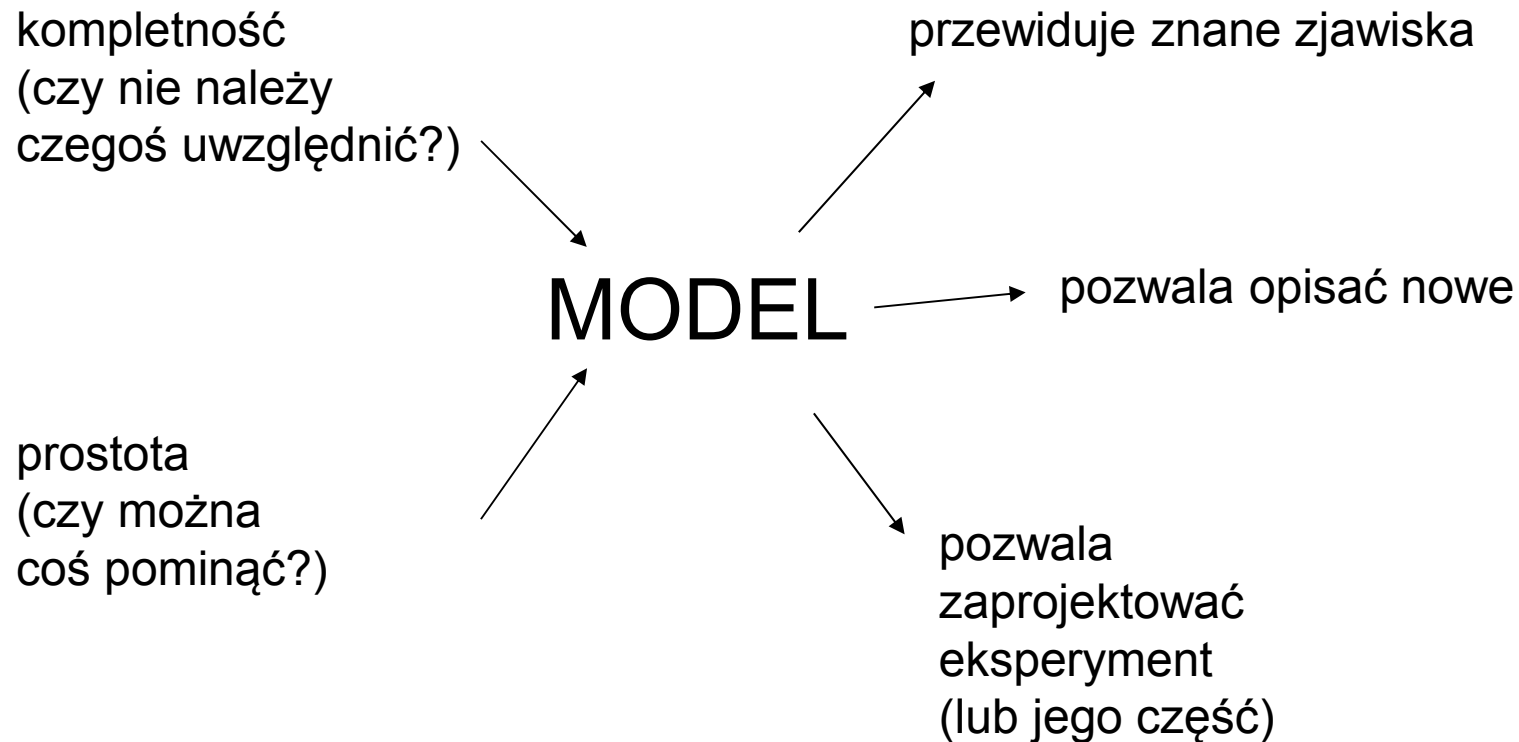
Literatura

- Goodman, „Optyka Statystyczna”
- Physics 285b. Modern Atomic and Optical Physics II,
<http://lukin.physics.harvard.edu/teaching.htm>
- Allen, Eberly, Rzążewski, "Rezonans optyczny"
- Mechanika kwantowa : teoria nierelatywistyczna,
L. D. Landau, E. M. Lifszic
- Nonlinear optics, Robert W. Boyd

Program części "O"

1. Pole E-M: przypomnienie i rozszerzenie, uśrednianie po zespole i spójność
2. Kwantowe pole E-M
interferencja "kwantowa", parametryczny podział częstości
3. Atom izolowany w klasycznym polu
polaryzacja, w tym nieliniowa, efekty spójne
4. Nobel 2012: inżynieria kwantowa na styku fotonów i atomów

Podejście zorientowane na model



Pole elektromagnetyczne: statystyka i spójność

- Opis za pomocą amplitud
- Światło losowe
- Światło termiczne, zaburzenie fazy
- Interferencja
- Detekcja homodynowa
- Zależności przestrzenne

Opis fali za pomocą amplitudy

monochromatycznie, częstość ω_0

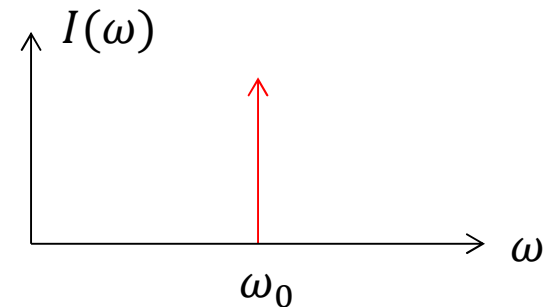
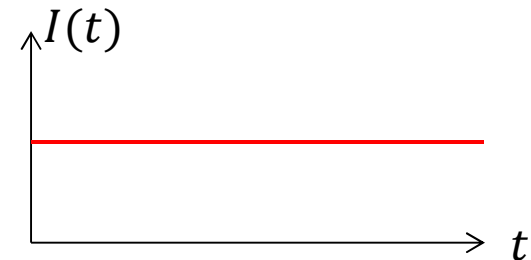
$$\alpha_1(z, t) = \tilde{\alpha}_1 e^{-i\omega_0 t + ikz}$$



$$E_1(z, t) = \frac{\alpha_1 + \alpha_1^*}{2} = \Re \tilde{\alpha}_1 e^{-i\omega_0 t + ikz}$$

$$I(z, t) = \frac{\langle E(t) \rangle_{okr.}^2}{2\epsilon_0 c^2} = \frac{|\tilde{\alpha}_1|^2 / 2}{2\epsilon_0 c^2} \leftarrow 377\Omega$$

$$\begin{aligned} E_1(z, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} E_1(z, t) \\ &= \tilde{\alpha}_1 \delta(\omega - \omega_0) + \tilde{\alpha}_1^* \delta(\omega + \omega_0) \end{aligned}$$



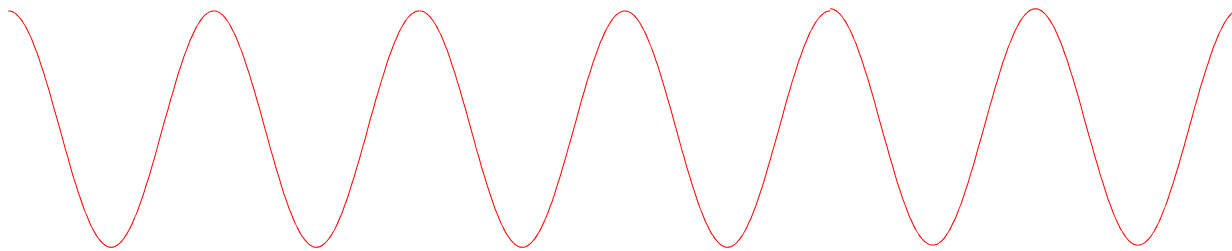
Przesunięcie z/t

$$\alpha_1(z, t) = \tilde{\alpha}_1 e^{-i\omega_0 t + ikz}$$

|
@(z_1, t_1)

$$\tilde{\alpha}_2 = ?$$

|
@(z_2, t_2)



Jak zapisać obrazek wzorami?

Unikanie rozbieżności

Quasi-monochromatyczne, częstość ω_0

$$\alpha_1(z, t) = \tilde{\alpha}_1(t) e^{-i\omega_0 t + ikz}$$

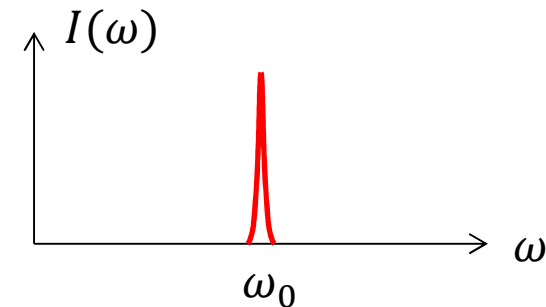
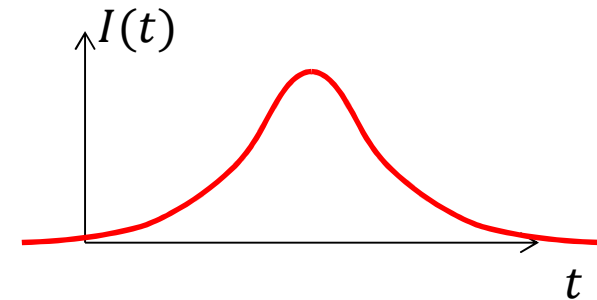


$$E_1(z, t) = \Re \tilde{\alpha}_1(t) e^{-i\omega_0 t + ikz}$$

$$I(z, t) = \frac{\langle E(t) \rangle_{okr.}^2}{2\epsilon_0 c^2} = \frac{|\tilde{\alpha}_1(t)|^2 / 2}{2\epsilon_0 c^2}$$

$$\begin{aligned} E_1(z, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} E_1(z, t) \\ &= \tilde{\alpha}_1(\omega - \omega_0) + \tilde{\alpha}_1^*(\omega + \omega_0) \end{aligned}$$

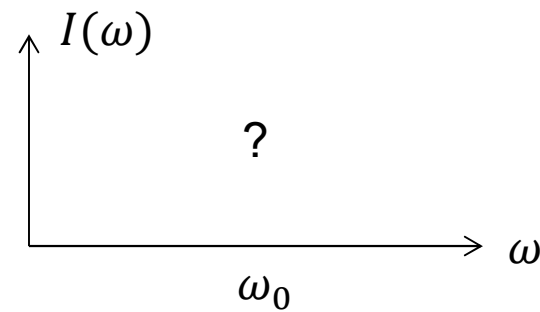
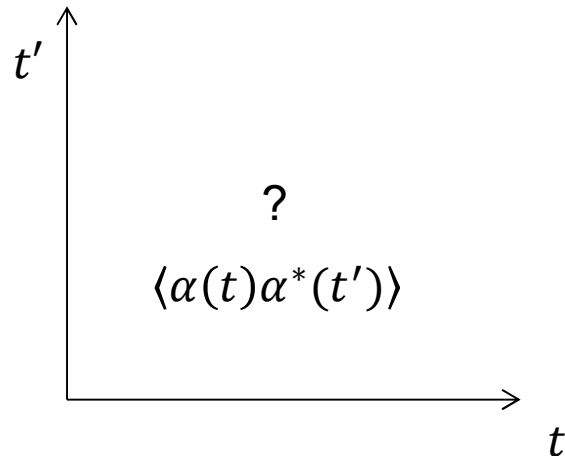
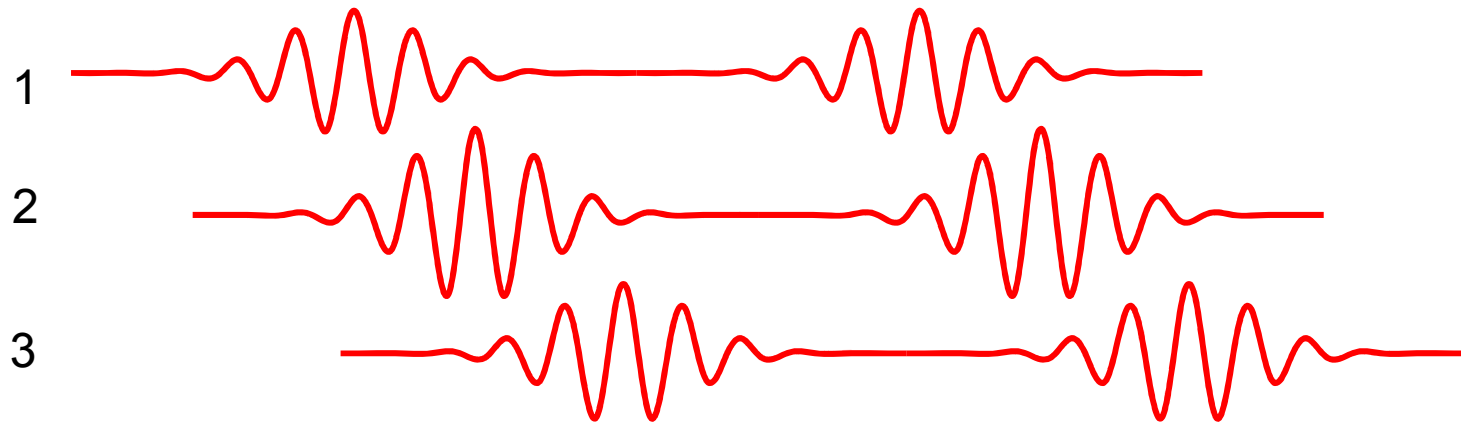
$$I(\omega) \propto |E(\omega)|^2$$



przycięcie prostokątne?

Procesy stochastyczne

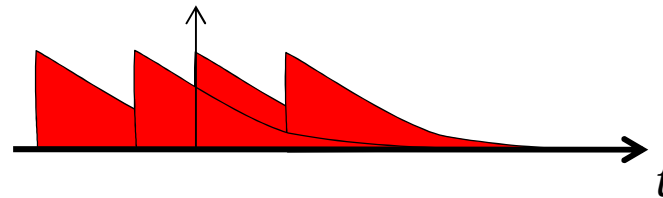
Np.: wiele realizacji



Przykład – światło termiczne

emiter nr. n : $\alpha_n(t) \propto e^{i\phi_n} e^{-i\omega_0(t-t_n)} e^{-\Gamma(t-t_n)/2}$ dla $t > t_n$

$$\alpha = \sum_n \alpha_n \quad \langle \alpha \rangle = 0$$



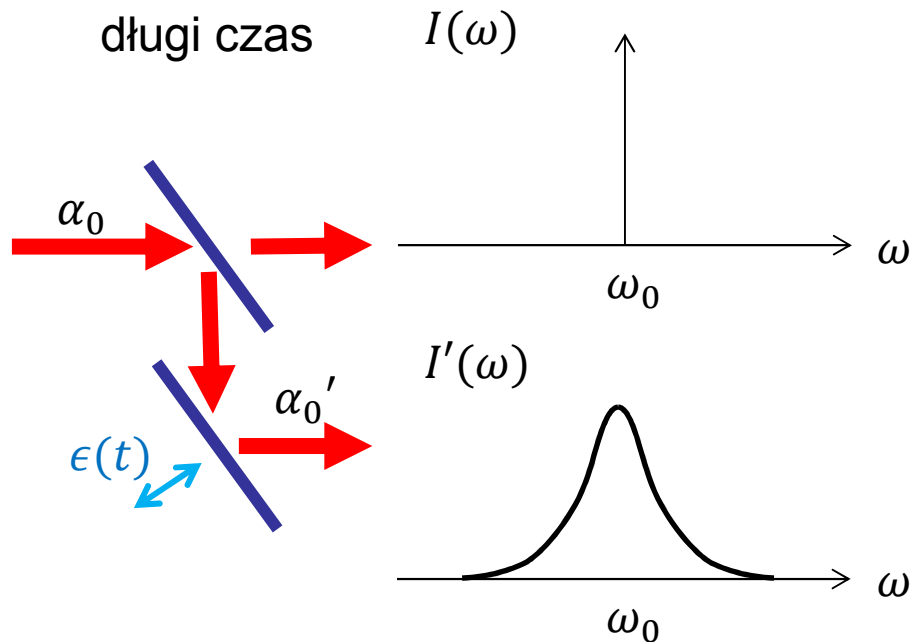
$$G_1(\tau) = \langle \alpha(0)\alpha^*(\tau) \rangle \propto e^{i\omega_0\tau - \Gamma\tau/2} \sum_{n:t_n < 0} e^{\Gamma t_n}$$

\swarrow
 N

$$I(\omega) = \langle |\alpha(\omega)|^2 \rangle = \left\langle \left| \int dt e^{i\omega t} \alpha(t) \right|^2 \right\rangle = \dots = \mathcal{F}[G_1(\tau)] \propto \frac{1}{(\Gamma/2)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

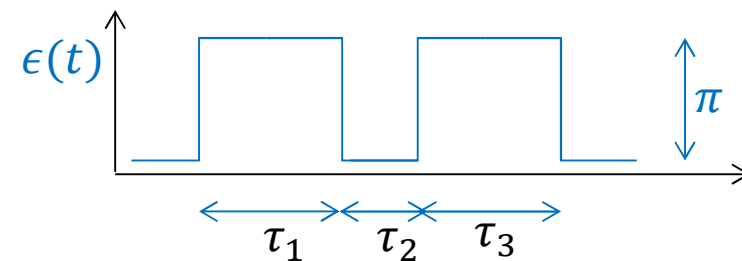
Fizyka: sumowanie natężeń a nie amplitud¹⁴

Stochastyczne zaburzenie fazy



$$G_1(\tau) = \langle \alpha_0'(t) \alpha_0'^*(t + \tau) \rangle_t$$

$$G_1(\tau) = |\alpha_0|^2 \langle e^{i\omega_0[\epsilon(t) - \epsilon(t + \tau)]} \rangle_t$$



$$p(\tau_n) \propto e^{-\tau_n/\tau_c}$$

$$G_1(\tau) \propto \sum_k P(k, \tau) (-1)^k = e^{-2t/\tau_c}$$

k przeskoków w czasie τ

Zadanie

1. Sprawdzić tożsamość

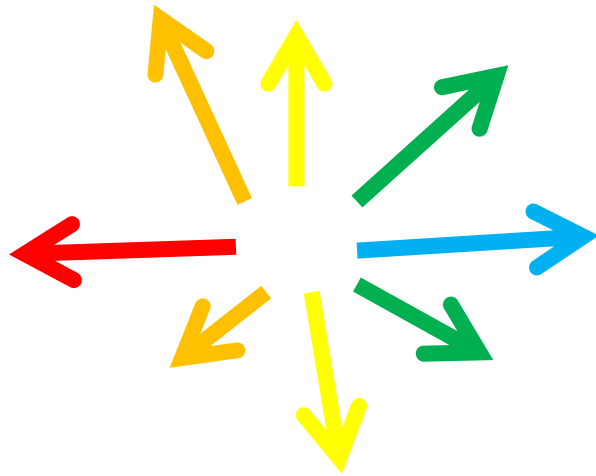
$$I'(\omega) = \mathcal{F}[G_1(\tau)]$$

2. Wyliczyć $G_1(\tau)$

3. Wyliczyć $I(\omega)$

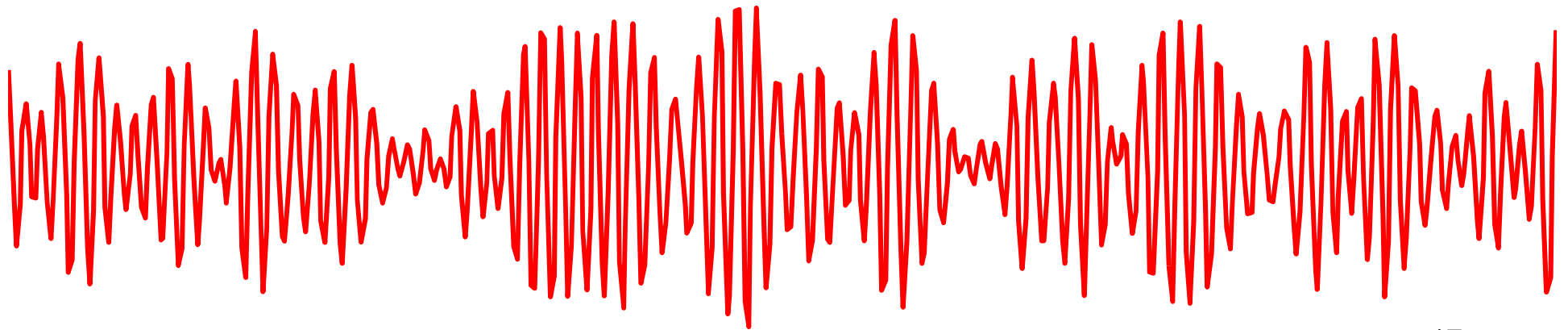
Dla przykładu z poprzedniego slajdu

Poszerzenie niejednorodne

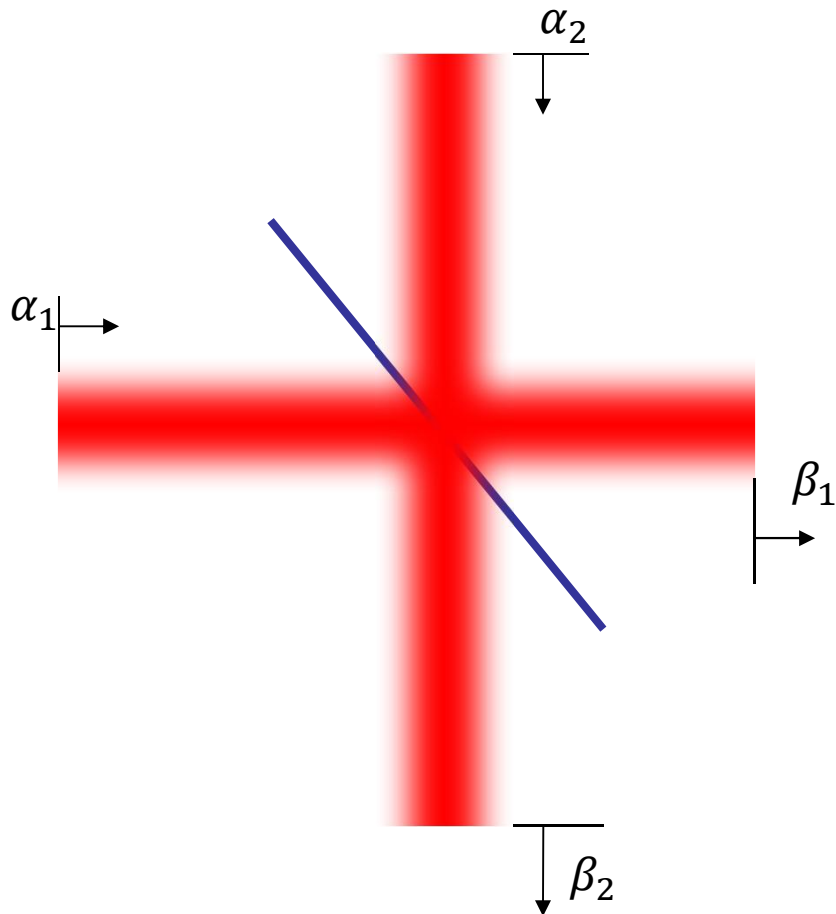


$$\alpha = \int dv \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right) \alpha_v$$

$$\langle \alpha(t) \alpha^*(t') \rangle = ?$$



Płytką 50/50



$$\vec{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}}_U \vec{\alpha}$$

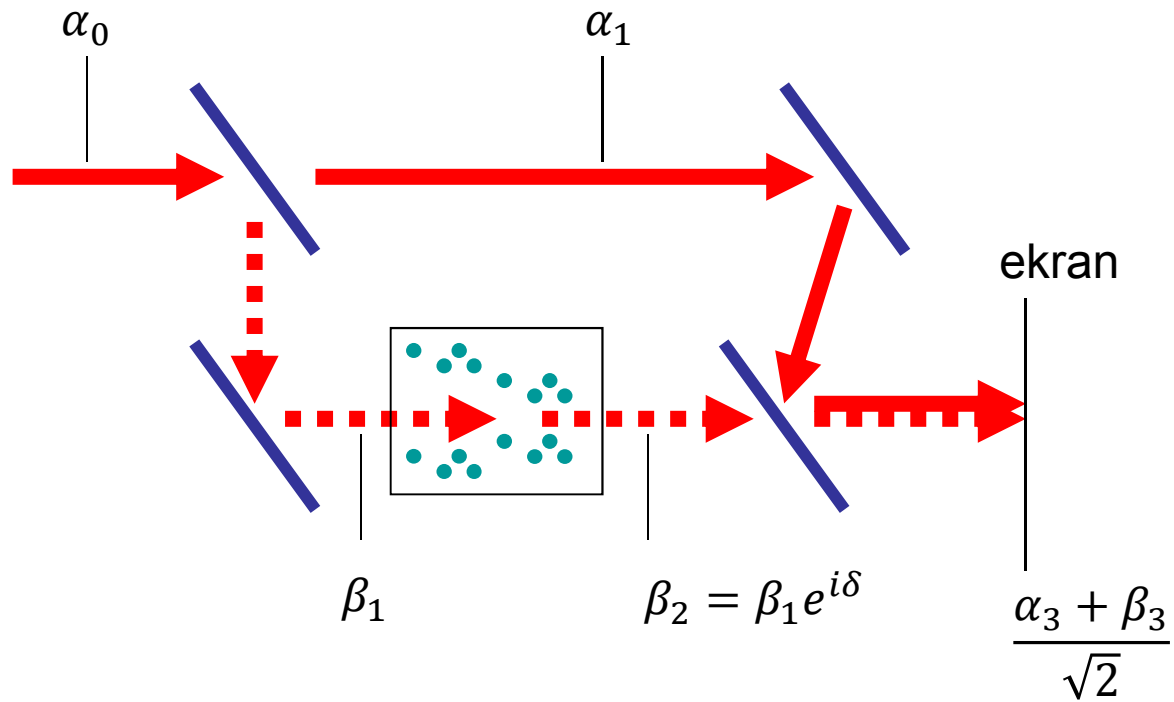
$$|U| = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

przesuwanie faz na wszystkich wejściach?
energia?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$$

Interferometr Macha-Zehndera



$$I = \frac{\langle E^2 \rangle}{2\epsilon_0 c^2} \propto \frac{|\alpha_3|^2 + |\beta_3|^2}{2} + \Re \alpha_3 \beta_3^*$$

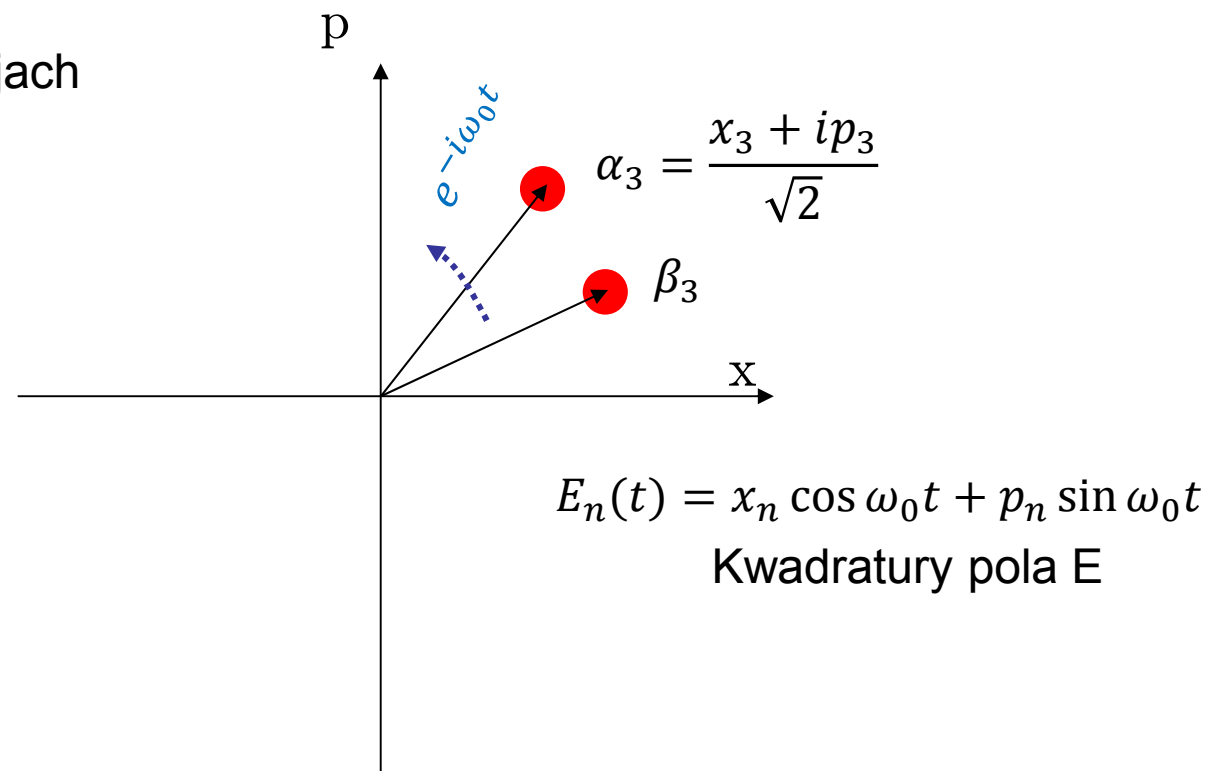
Przestrzeń fazowa dla światła

$$I = \frac{\langle E^2 \rangle}{2\epsilon_0 c^2} \propto \frac{|\alpha_3|^2 + |\beta_3|^2}{2} + \Re \alpha_3 \beta_3^*$$

uśrednianie

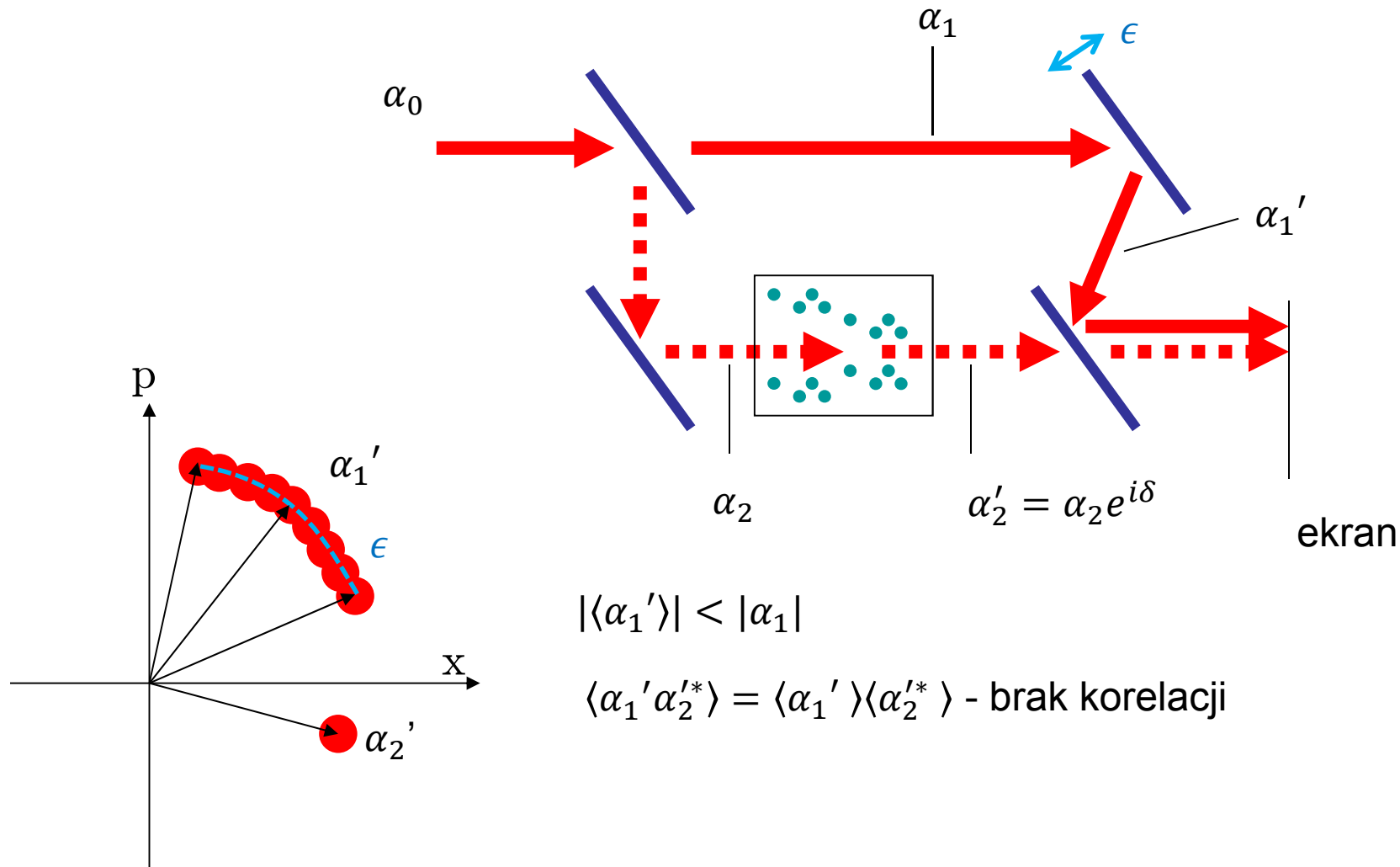
- po czasie
- wielu realizacjach

$$\langle \alpha_3 \beta_3^* \rangle$$



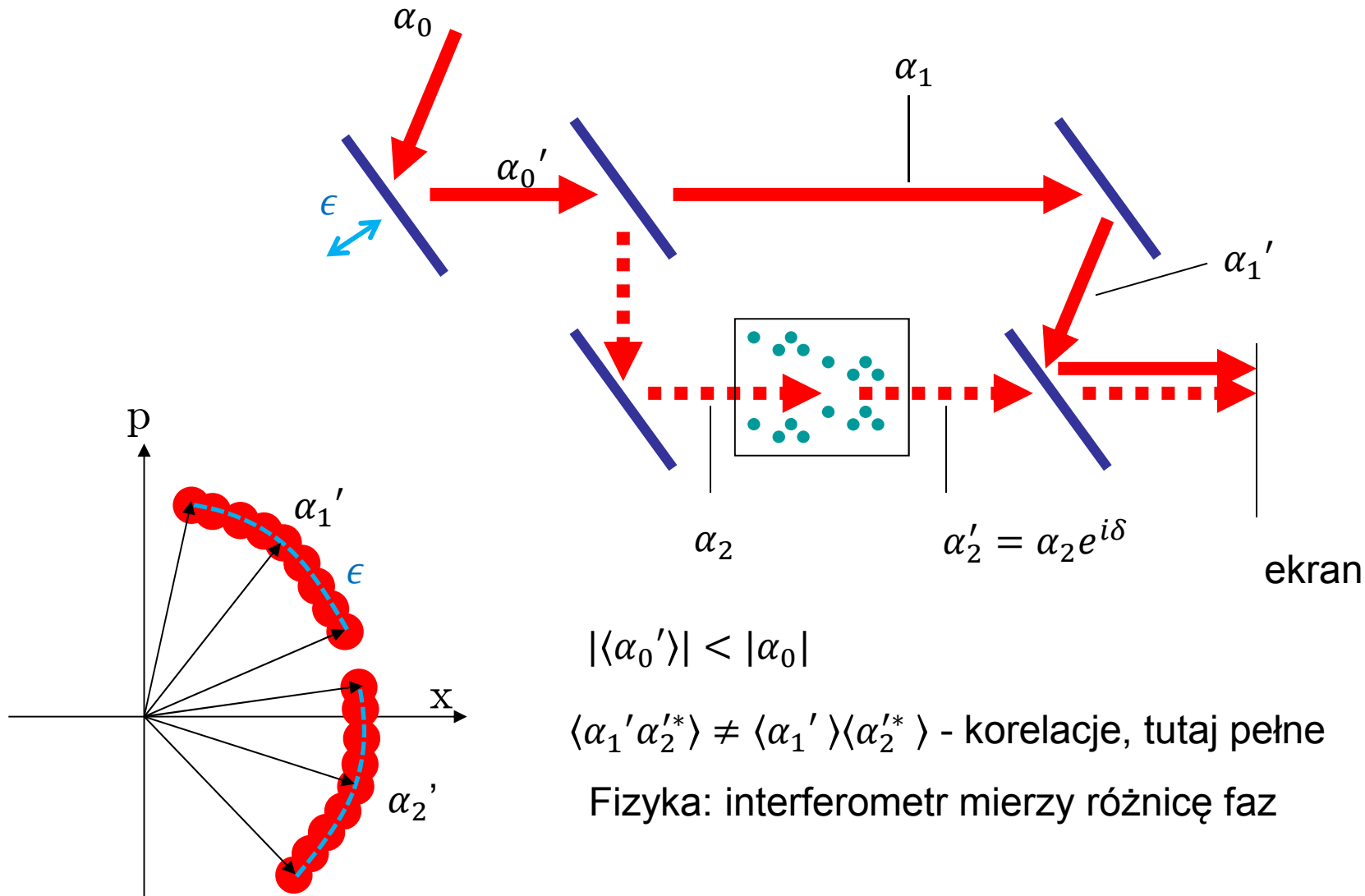
Uśrednianie – (nie)spójność

wiele realizacji lub długi czas

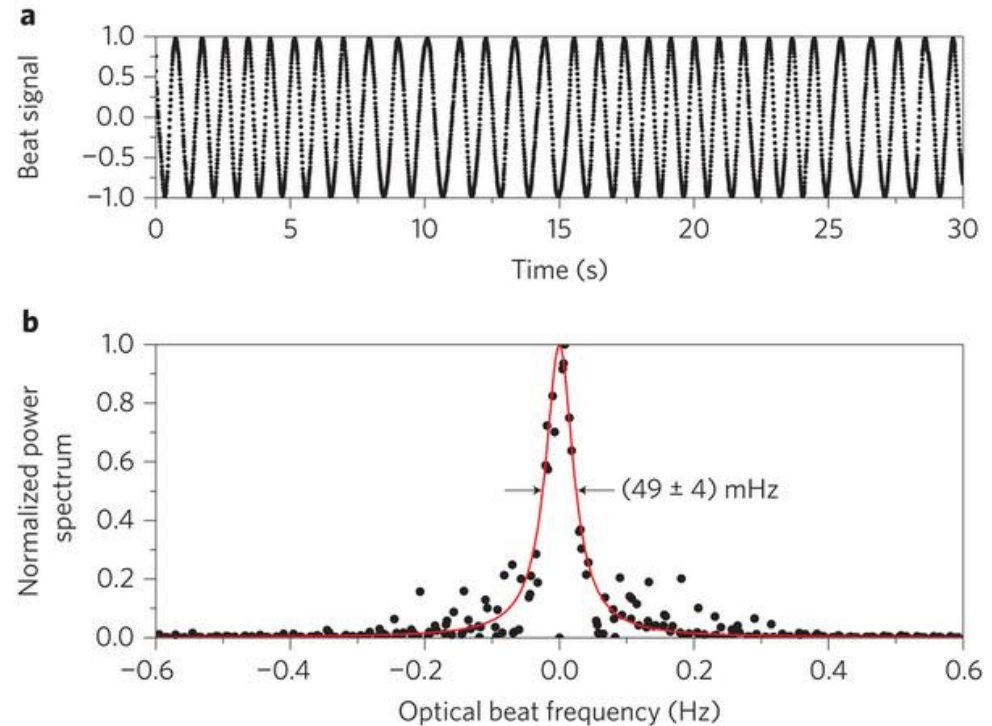
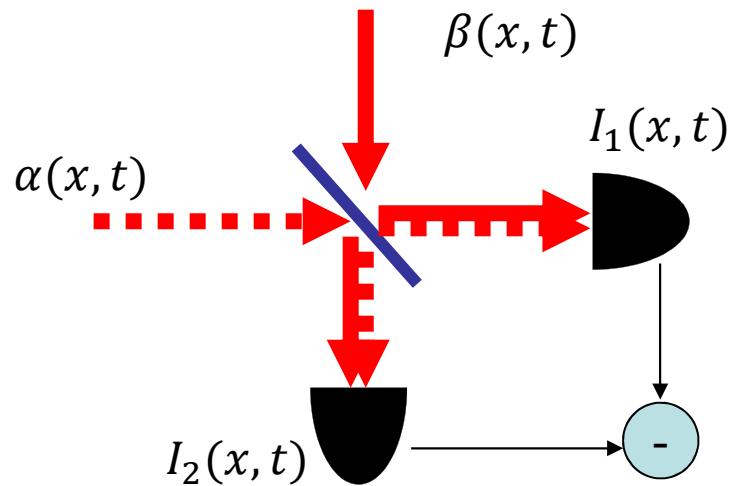


Uśrednianie – (nie)spójność

wiele realizacji lub długi czas



Interferencja niezależnych źródeł

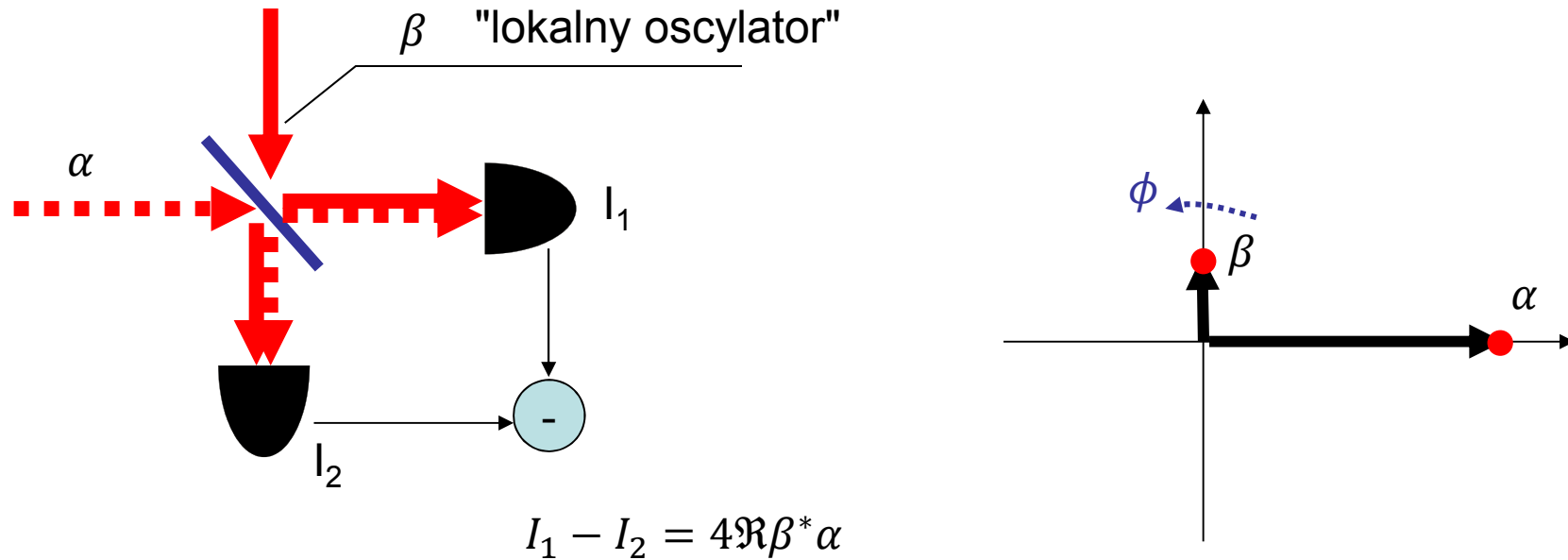


W praktyce:

- Nakrywanie modów przestrzennych
- Te same częstotliwości

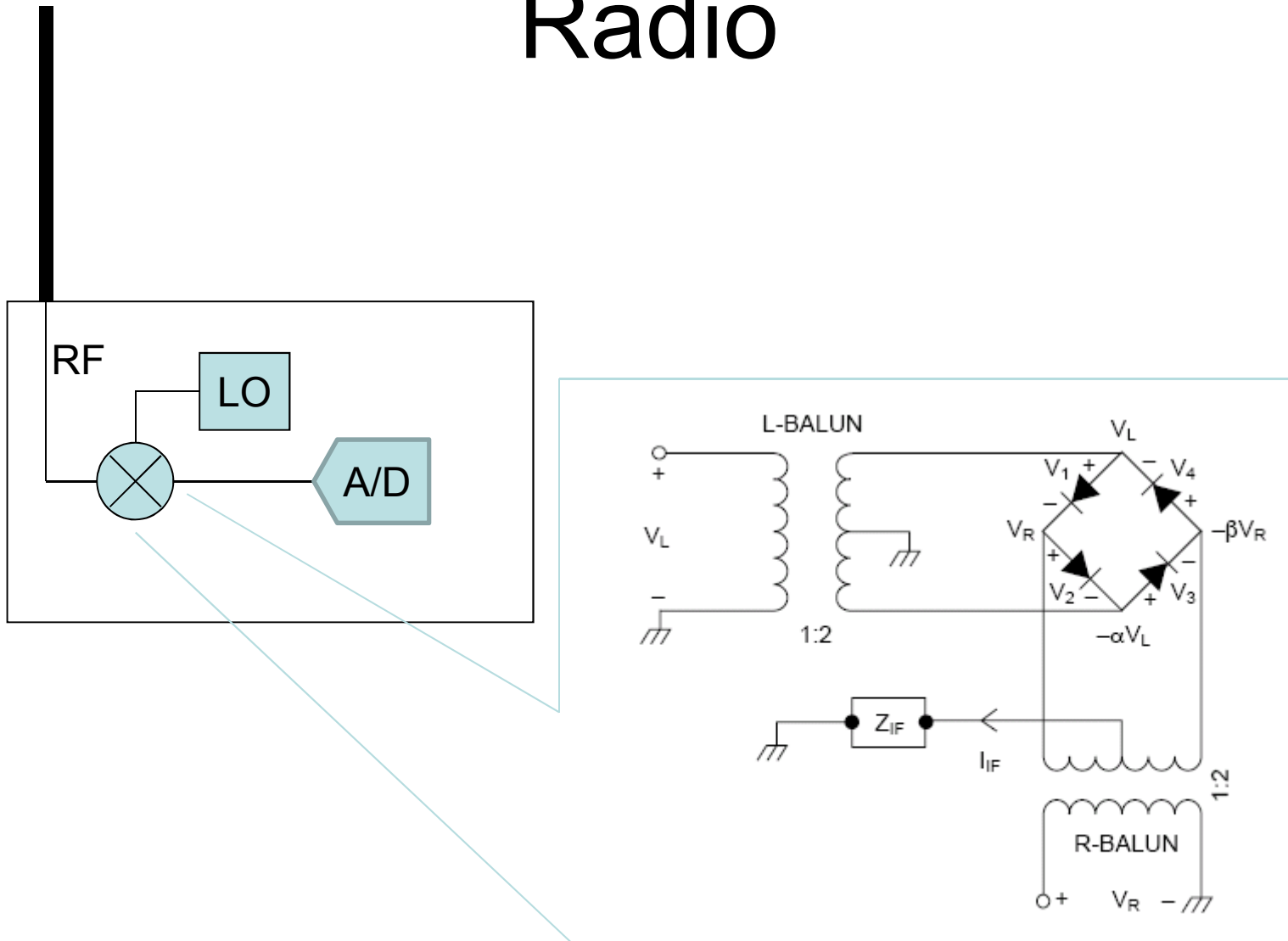
doi:10.1038/nphoton.2012.217

Detekcja homodynowa



najbardziej bezpośredni pomiar pola
tzw. detekcja homodynowa

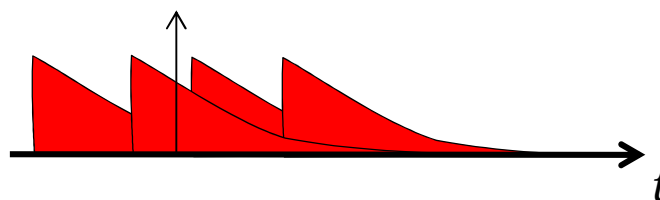
Radio



Przykład – detekcja homodynowa światła termicznego

$$p(x = x_0) = ?$$

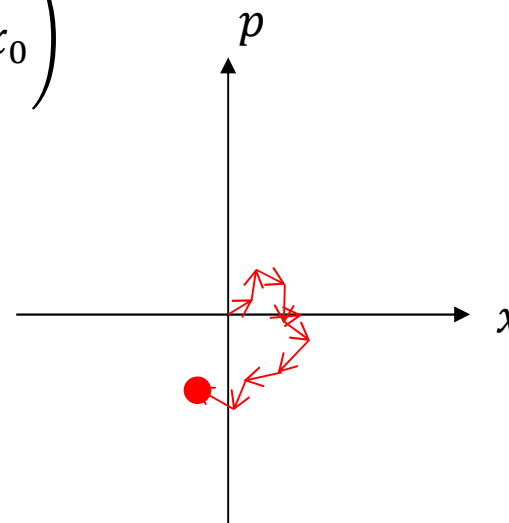
jeden emiter $\alpha_n(t) \propto e^{-i\omega_0(t-t_n)} e^{-\Gamma(t-t_n)/2}$ dla $t > t_n$

$$p(x_n = x_0) = \int d\theta dt \delta(e^{-\Gamma t/2} \cos \theta - x_0)$$


$$p\left(\sum_n x_n = x_0\right) = \int dx_1 p(x_1) \dots \int dx_N p(x_N) \delta\left(\sum_n x_n - x_0\right)$$

Centralne twierdzenie graniczne

Wynikiem detekcji szum gaussowski



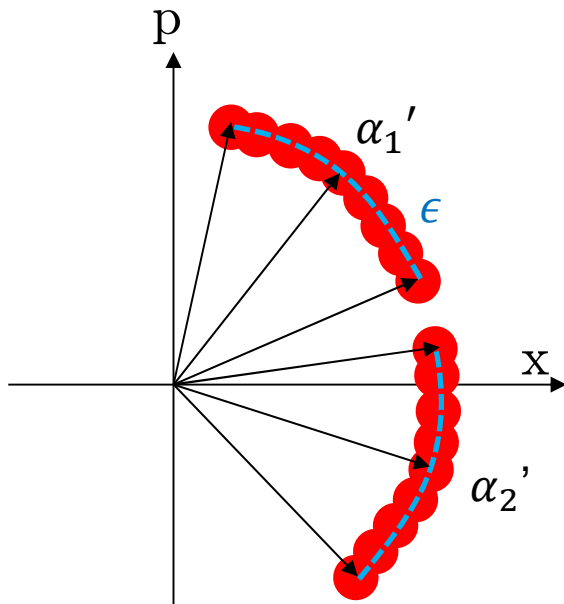
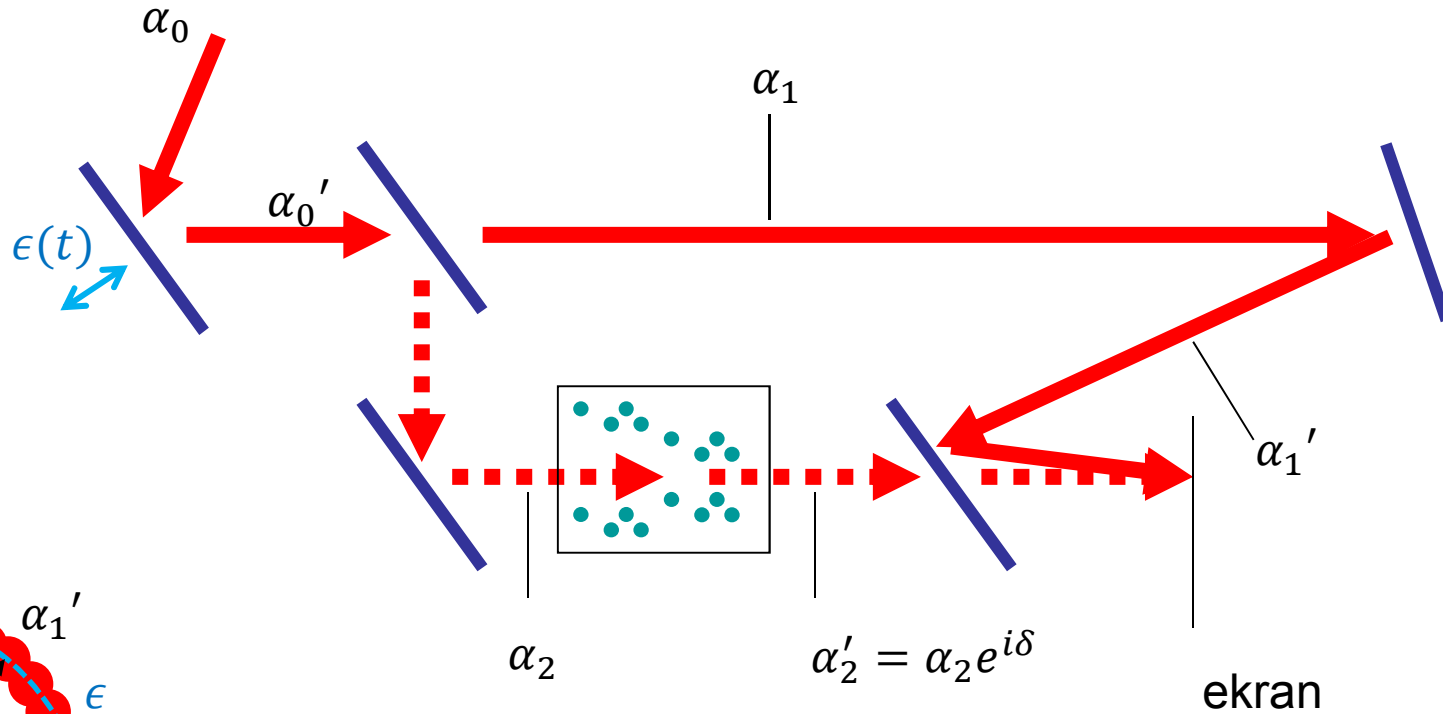
Szum

$$\langle I(\omega) \rangle$$

$$\langle \Delta I(\omega) \rangle = \langle I(\omega)^2 \rangle - \langle I(\omega) \rangle^2$$

Korelacje czasowe

długi czas uśredniania



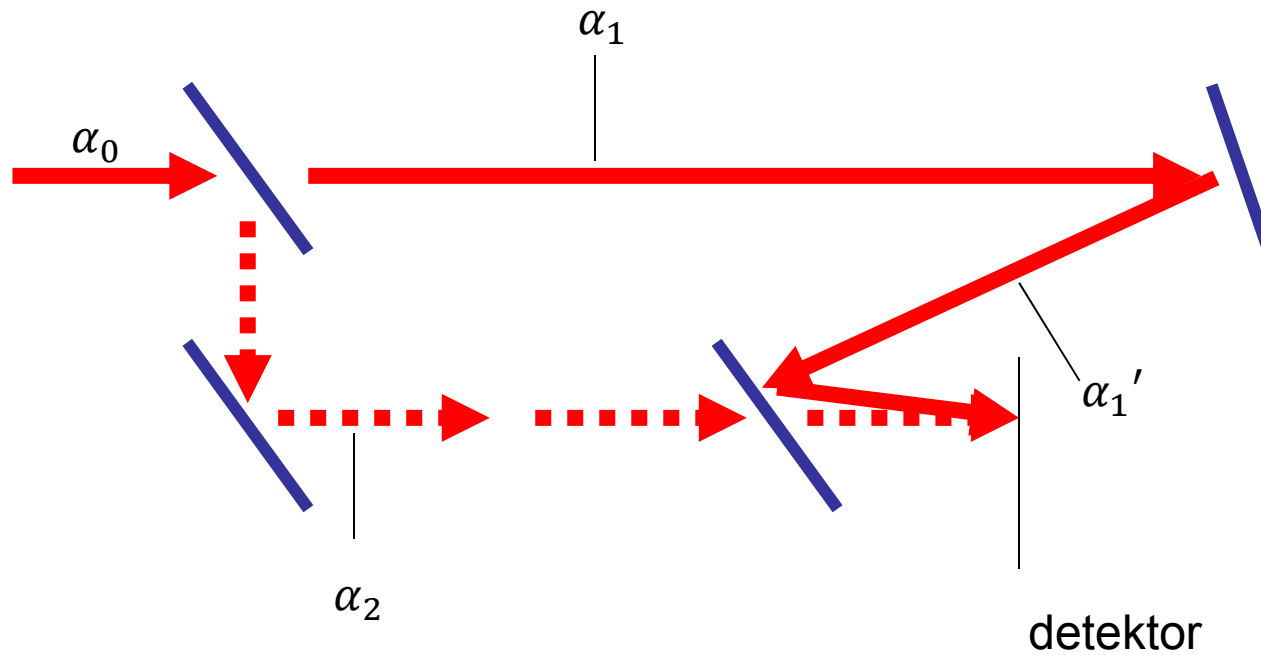
$$|\langle \alpha_0' \rangle| < |\alpha_0|$$

$$\langle \alpha_1' \alpha_2'^* \rangle \propto \langle \alpha_0'(t) \alpha_0'^*(t + \tau) \rangle_t = G_1(\tau)$$

Fizyka: spójność czasowa, poszerzenie widma

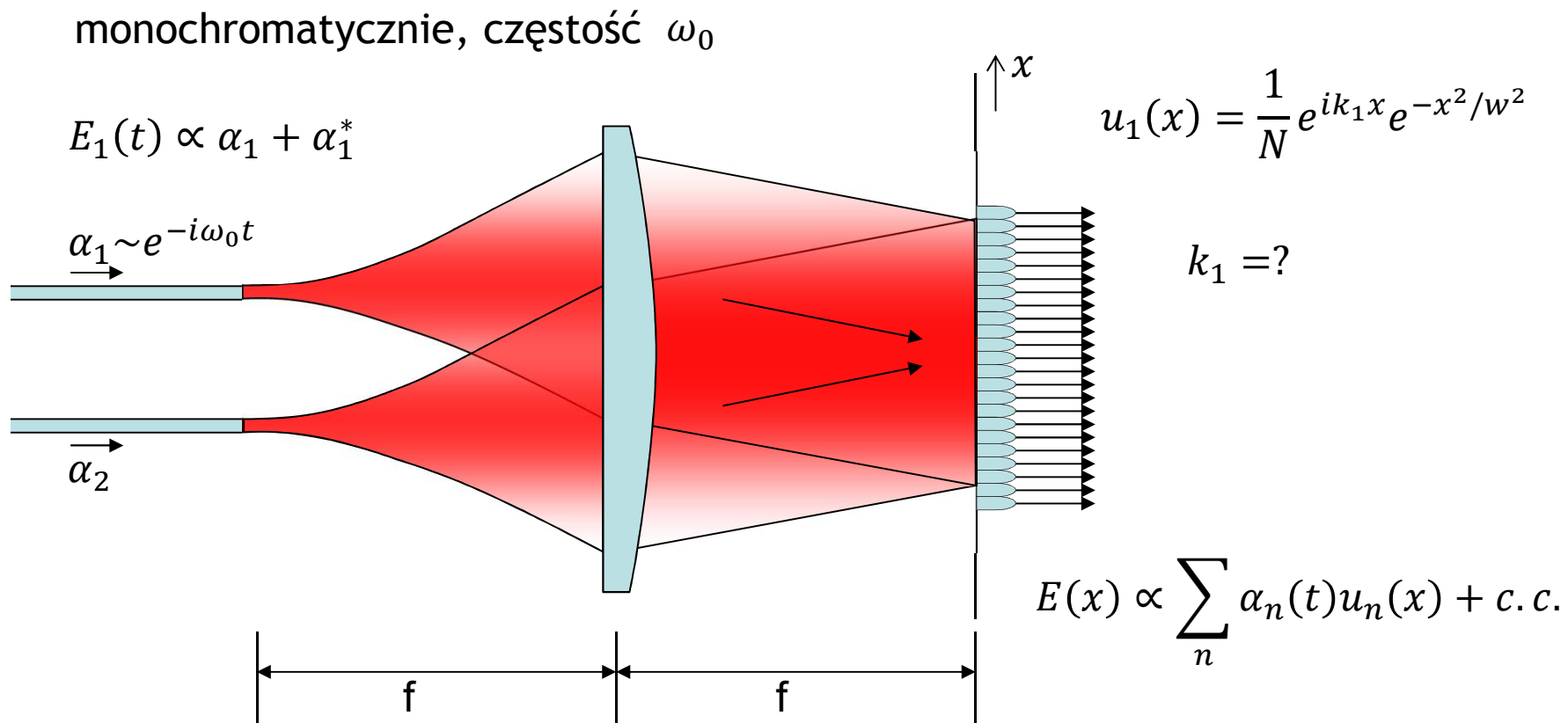
Spektrometr Fourierowski

długi czas uśredniania

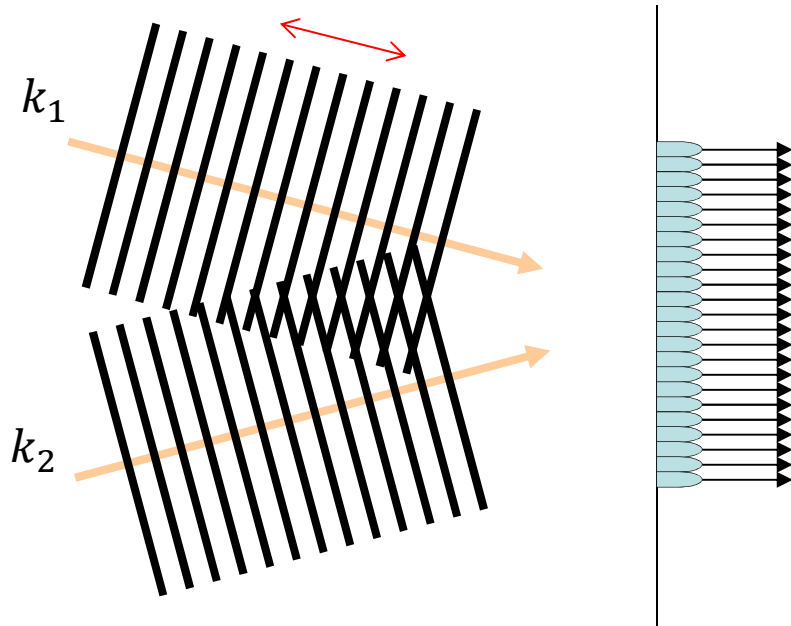


$$\langle \alpha_1' \alpha_2'^* \rangle \propto \langle \alpha_0(t) \alpha_0^*(t + \tau) \rangle_t = G_1(\tau)$$

Interferencja przestrzenna 2 wiązek



Interferencja 2 wiązek 2



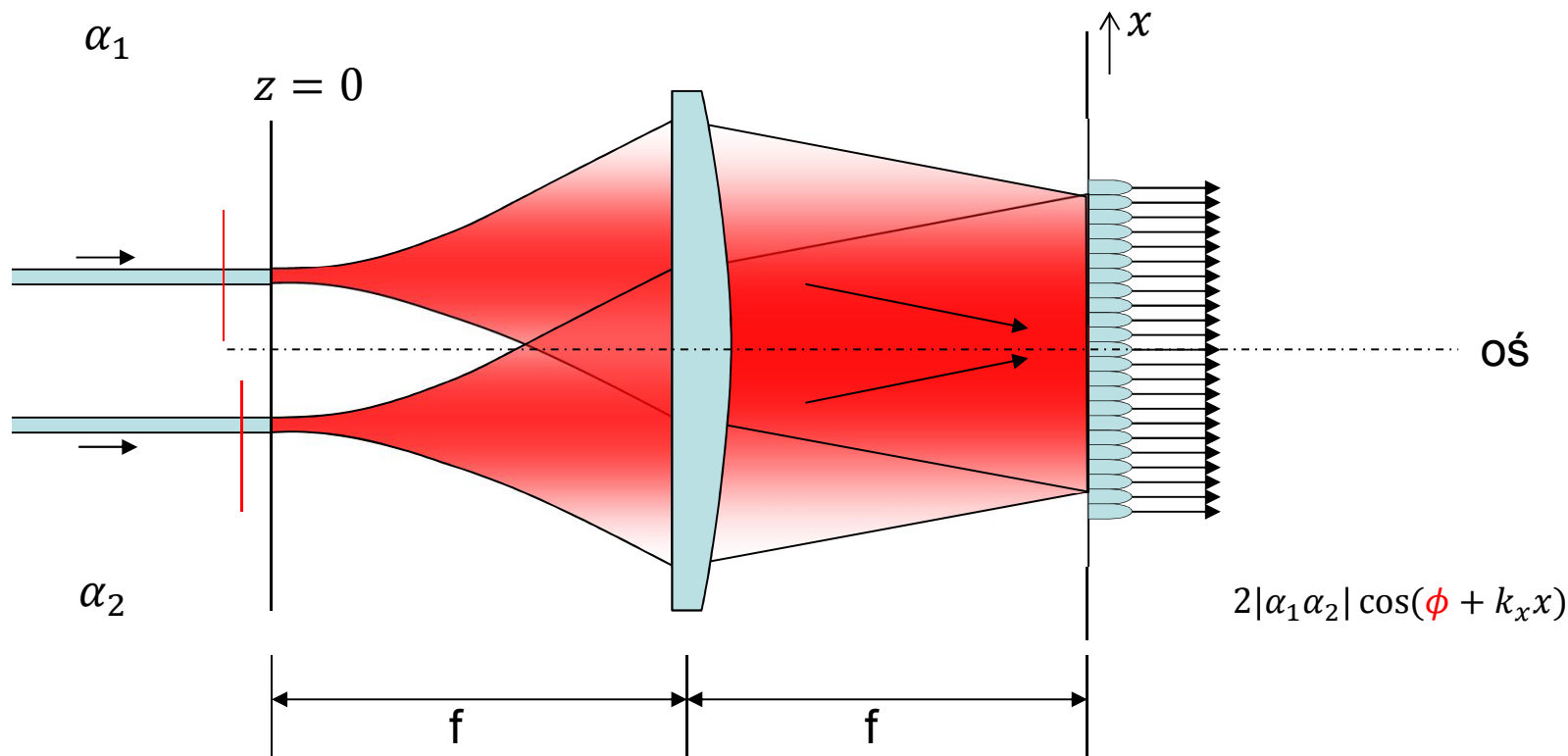
$$u_n(x) = \frac{1}{N} e^{ik_n x} e^{-x^2/w^2}$$

$$E(x) \propto \sum_n \alpha_n(t) u_n(x) + c. c.$$

$$I(x) = \frac{\langle E^2 \rangle}{2\epsilon_0 c^2} \propto |\alpha_1|^2 |u_1|^2 + |\alpha_2|^2 |u_2|^2 + \underbrace{2\Re \alpha_1 \alpha_2^* u_1 u_2^*}_{2|\alpha_1 \alpha_2| \cos(\phi + k_x x)}$$

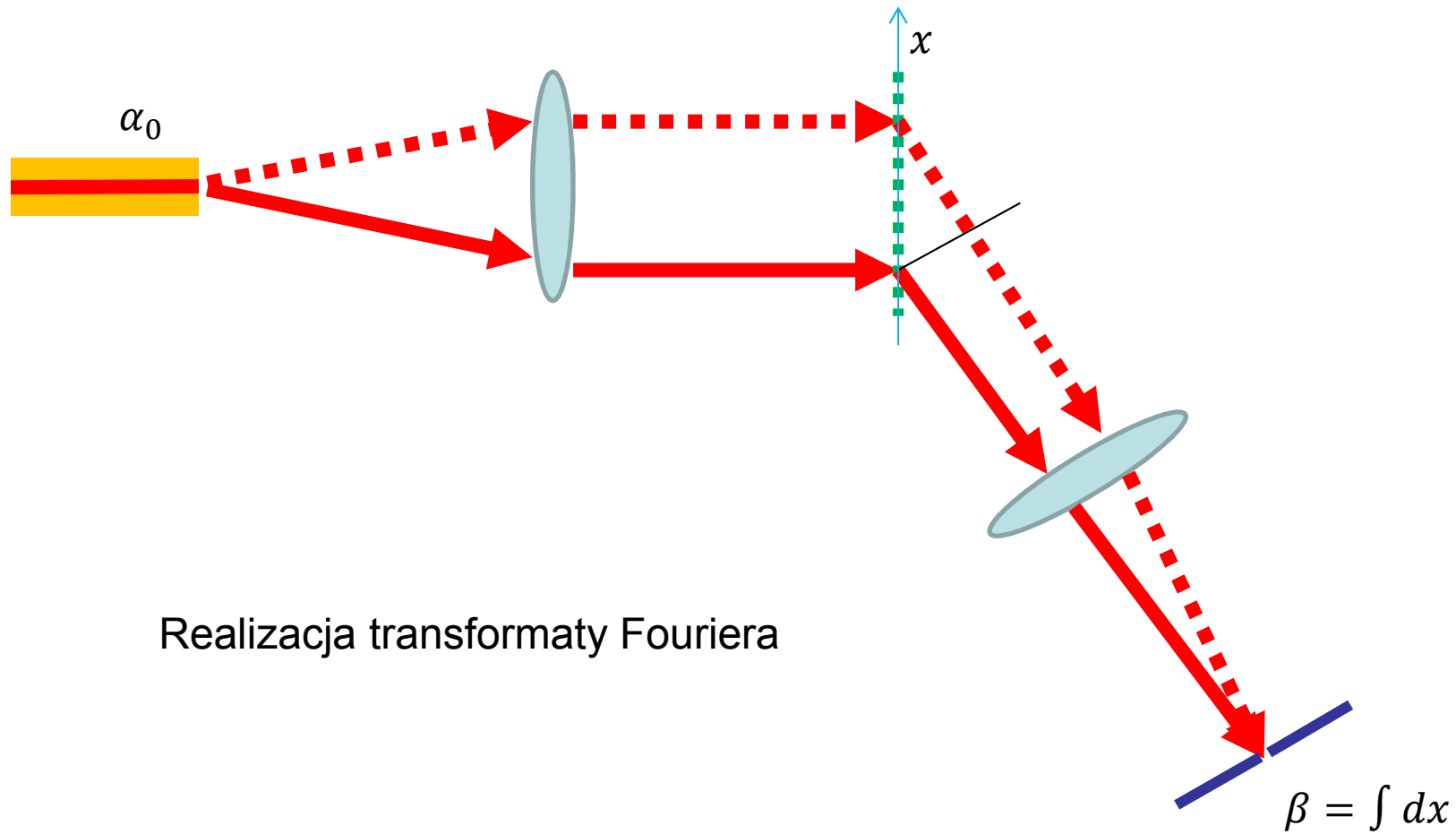
\uparrow 377Ω \uparrow ?

Płaszczyzna odniesienia: równoważność przesunięć z/t



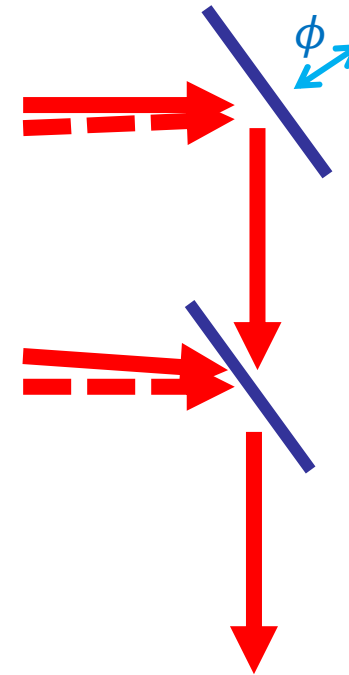
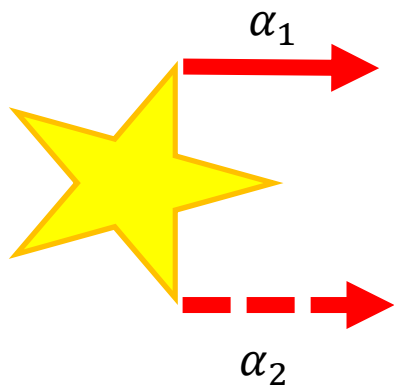
Realizacja
eksperymentalna?

Spektrometr siatkowy



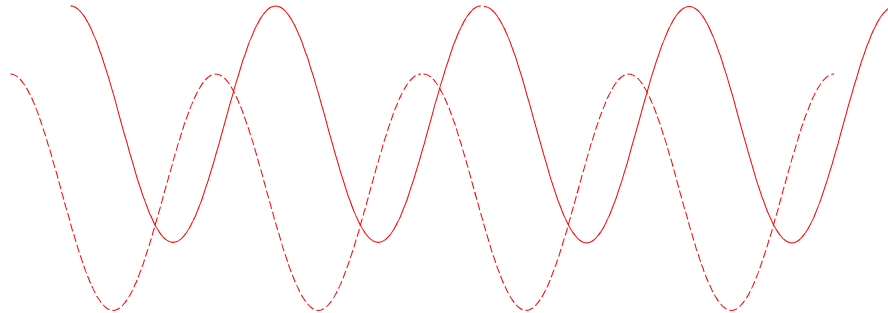
Realizacja transformaty Fouriera

Gwiazdy i spójność



$$\langle |\alpha_1 \cos \phi + \alpha_2 \cos(\phi + \delta)|^2 \rangle =$$

δ – różnica faz prążków

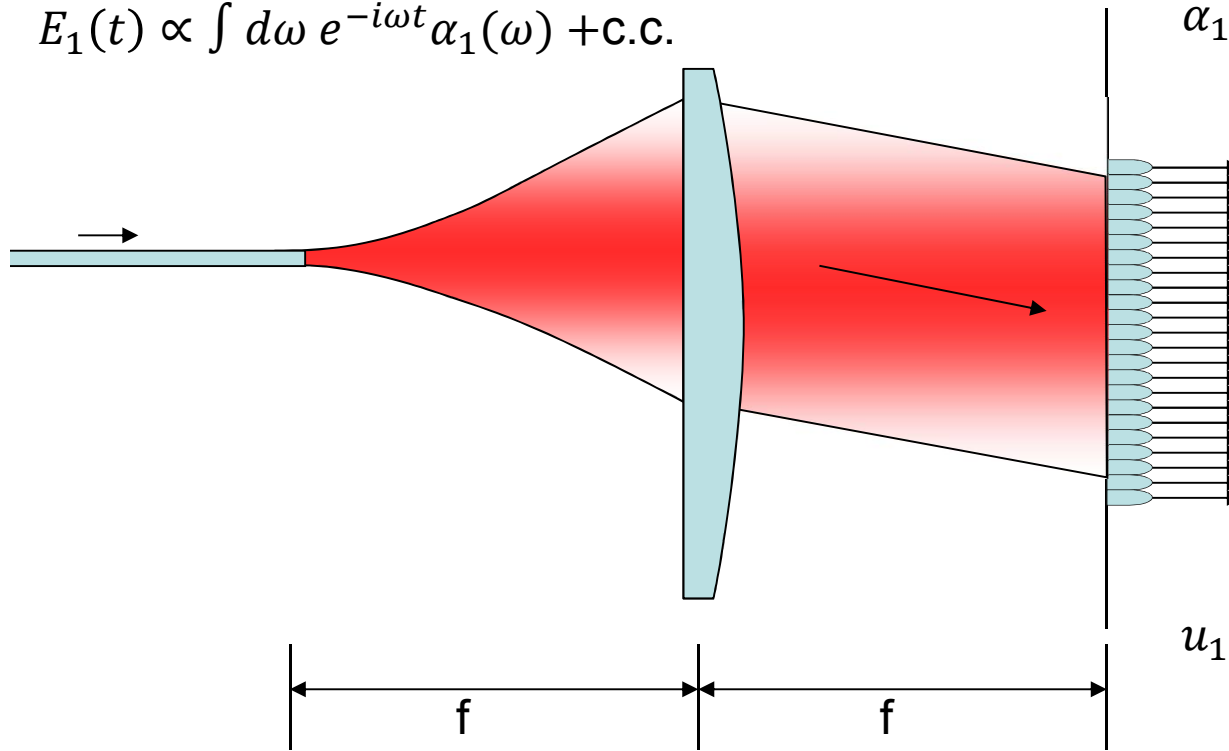


Impulsy

częstość centralna ω_0

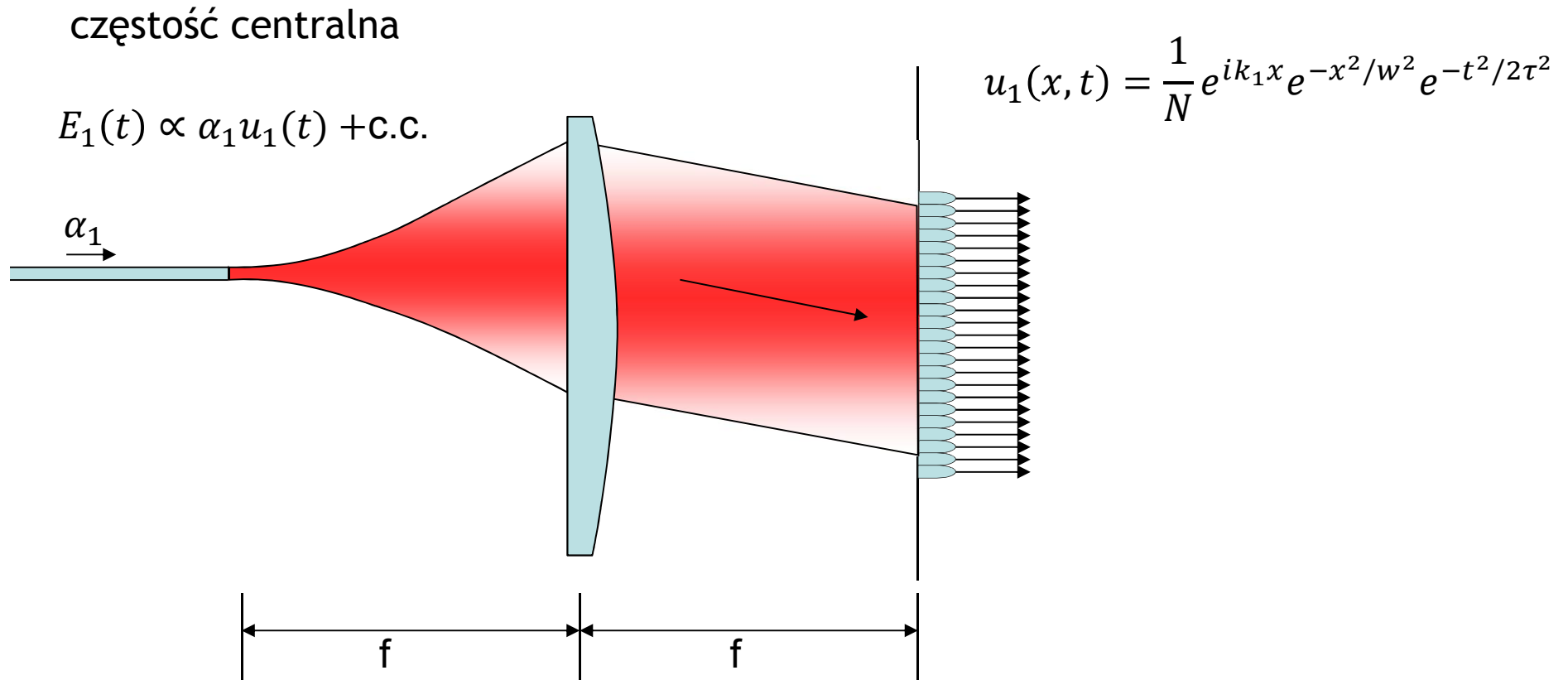
$$E_1(t) \propto \int d\omega e^{-i\omega t} \alpha_1(\omega) + \text{c.c.}$$

$$\alpha_1(\omega) \propto e^{-\tau^2(\omega - \omega_0)^2 / 2}$$

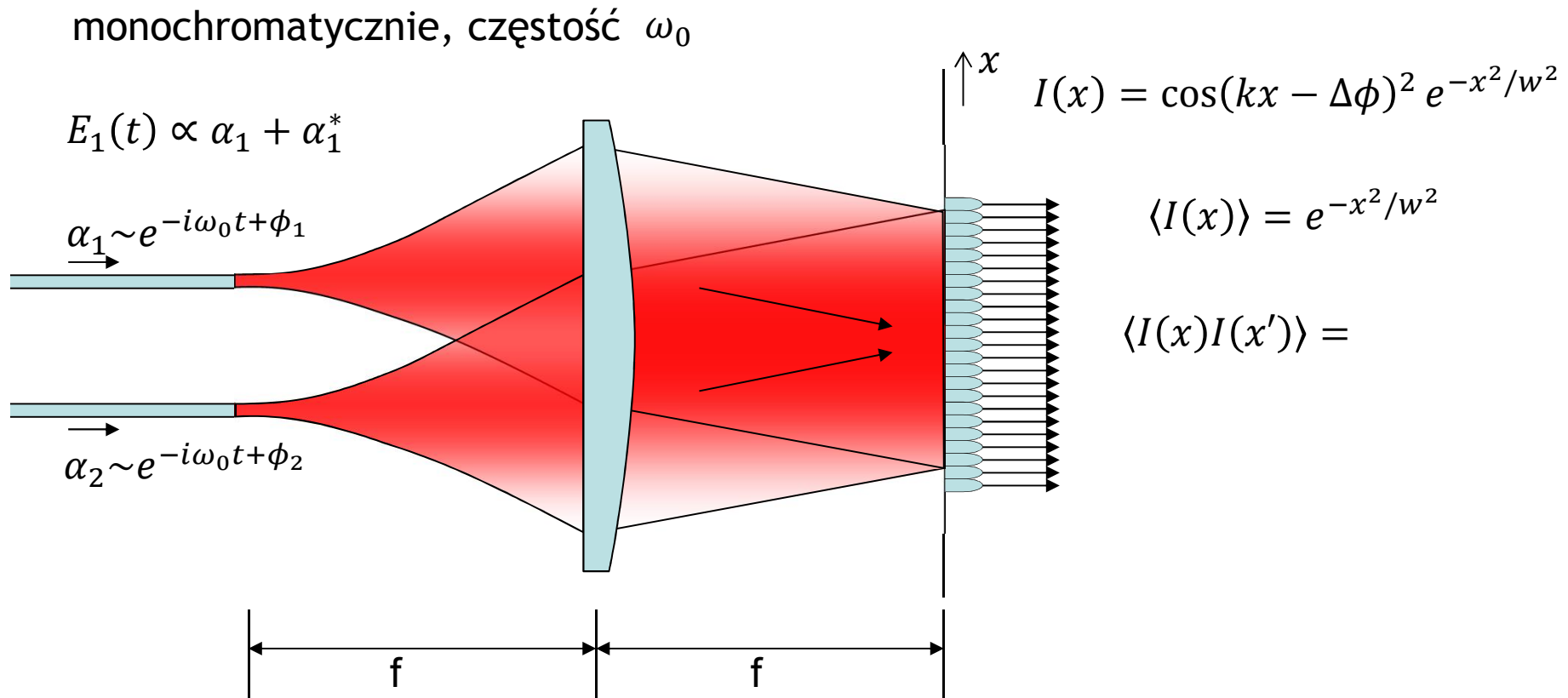


$$u_1(x) = \frac{1}{N} e^{ik_1 x} e^{-x^2/w^2}$$

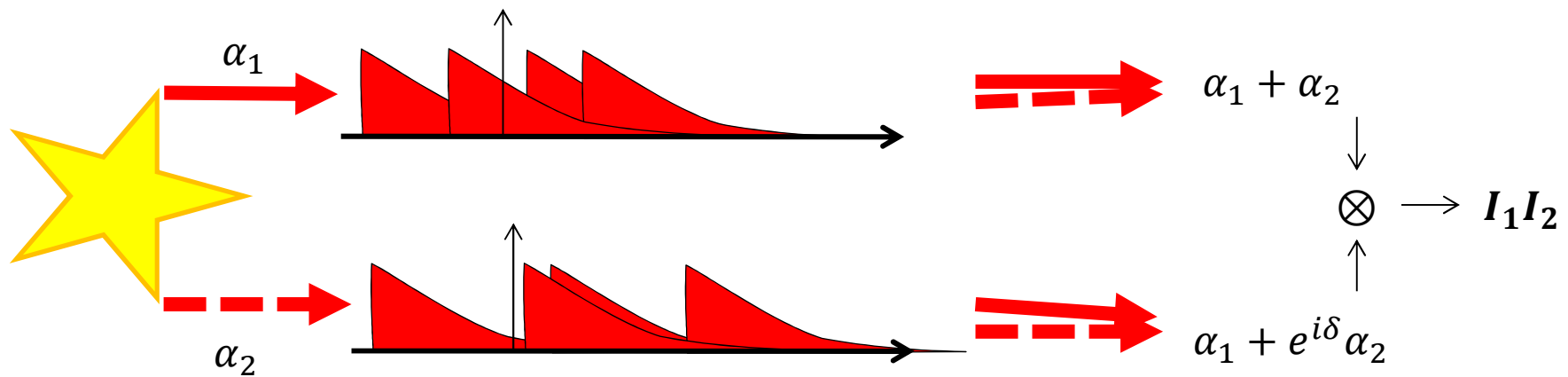
Impulsy prońciej



Interferometria bez fazy



Interferometria natężeń



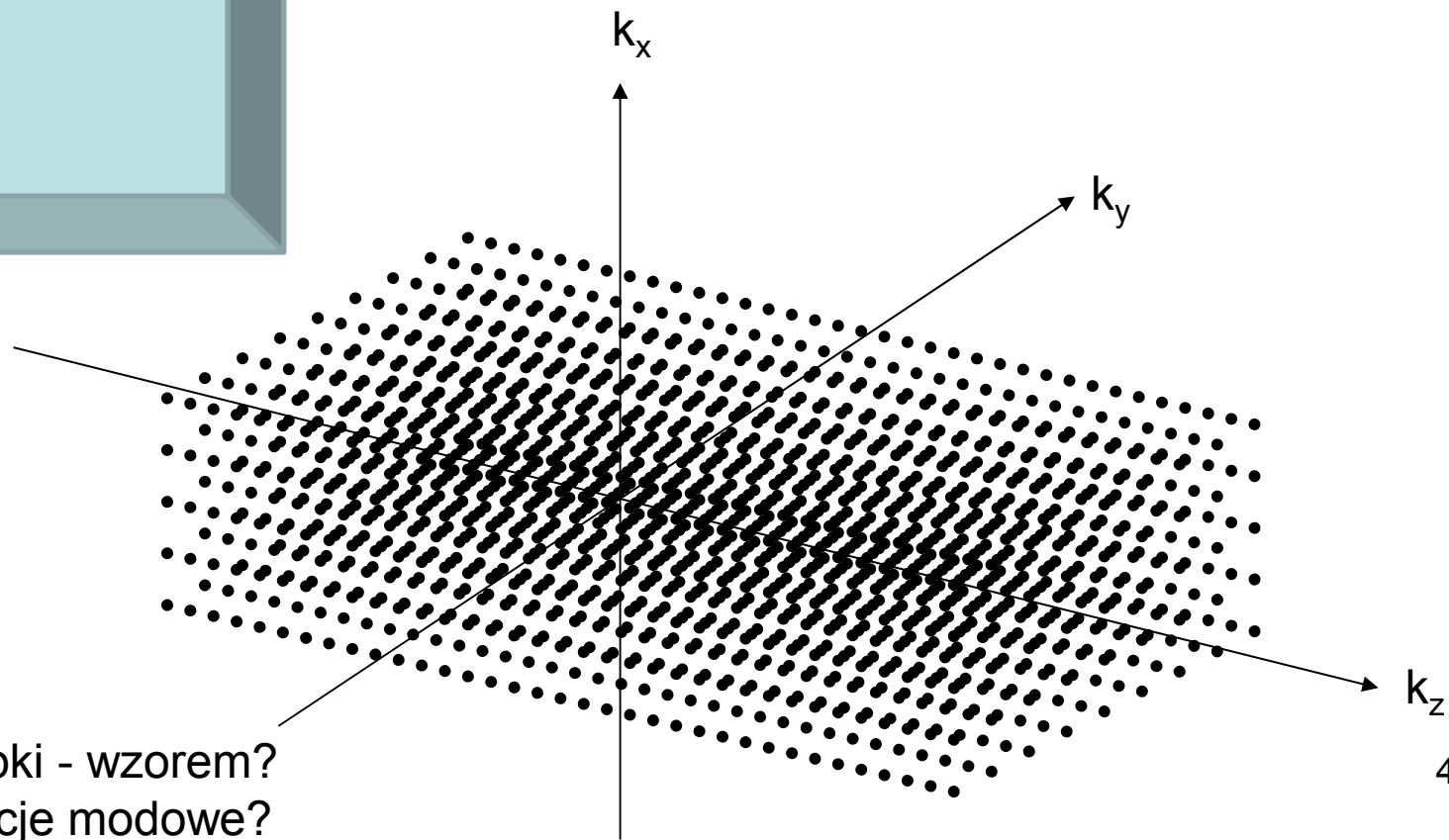
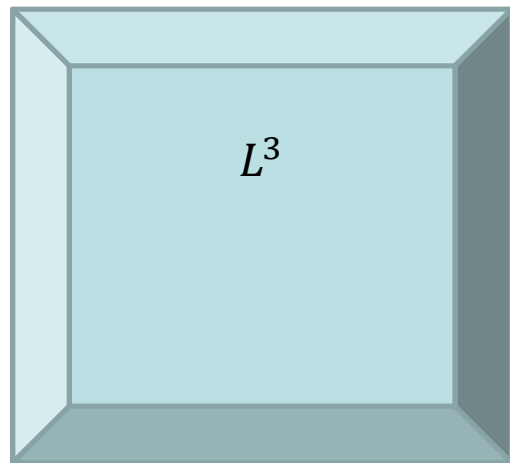
$$Cov_{12} = \langle I_1 I_2 \rangle - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle$$

$$\langle |\alpha_1 + \alpha_2|^2 |\alpha_1 \pm \alpha_2|^2 \rangle - \langle |\alpha_1 + \alpha_2|^2 \rangle \langle |\alpha_1 \pm \alpha_2|^2 \rangle =$$

Mody pola - przykłady

Mody pudła

(np. promieniowanie termiczne)



Gdzie są kropki - wzorem?
Jakie są funkcje modowe?

Inne bazy

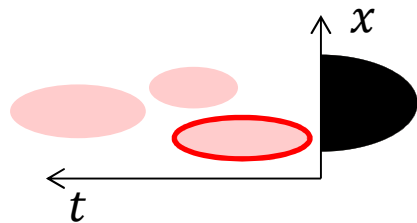
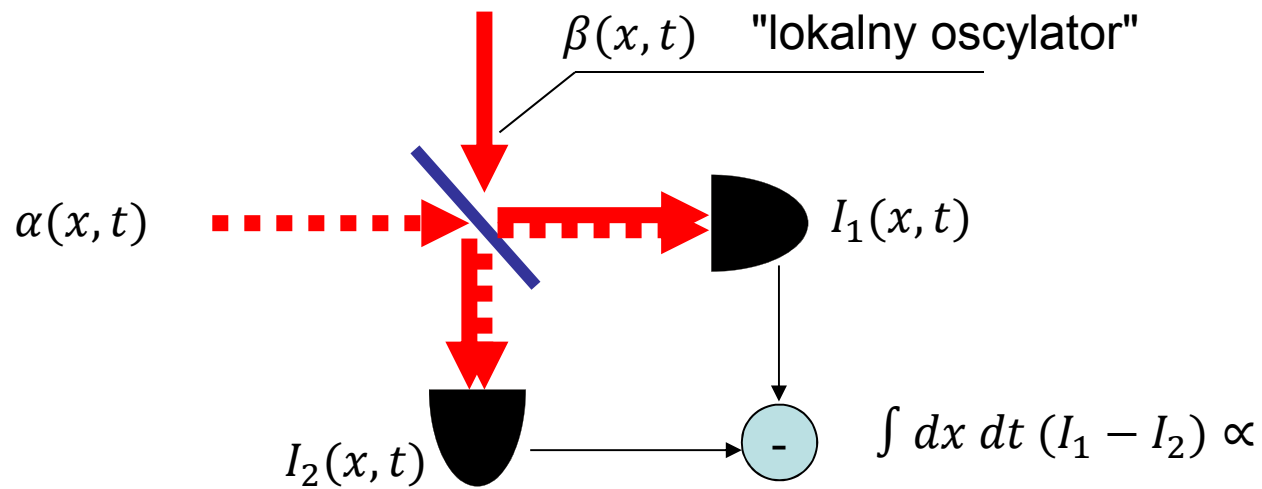


J

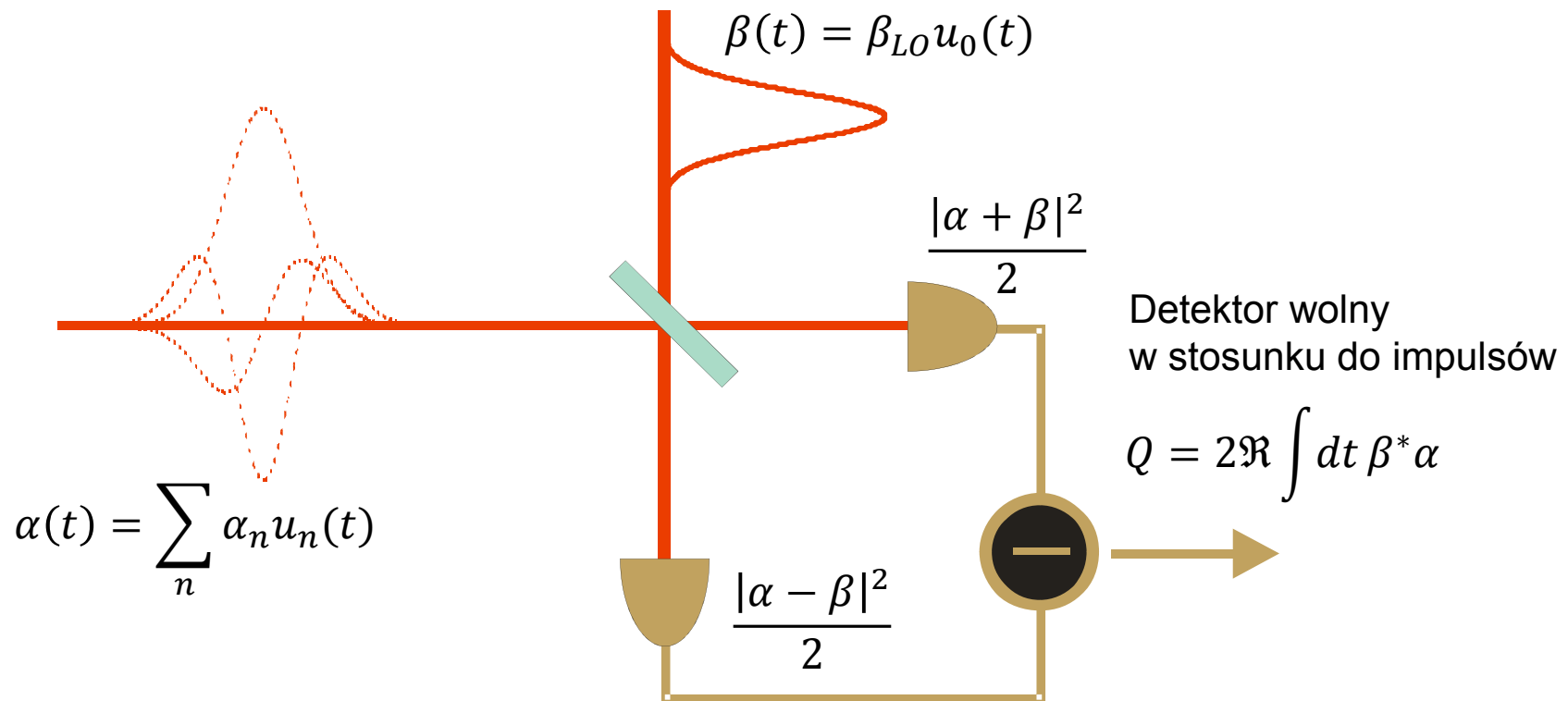


Y

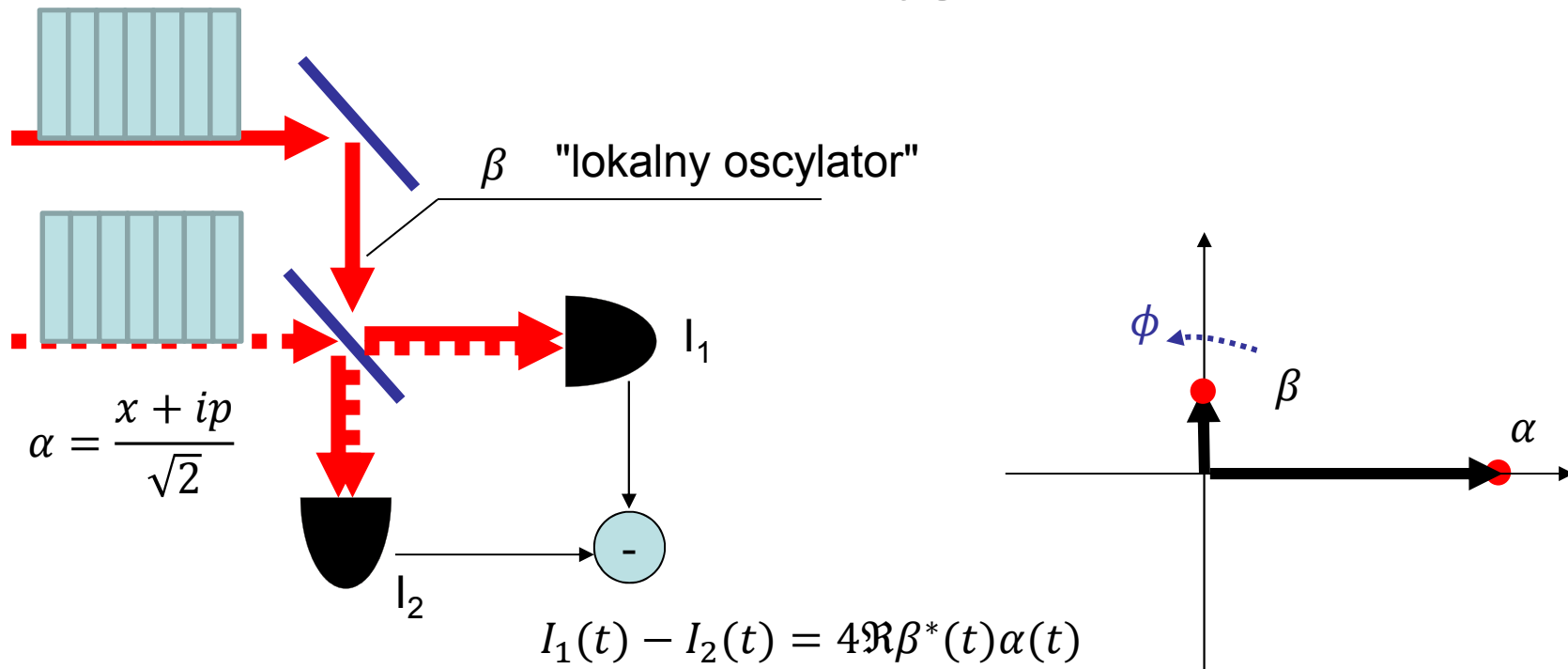
Selektywność modowa



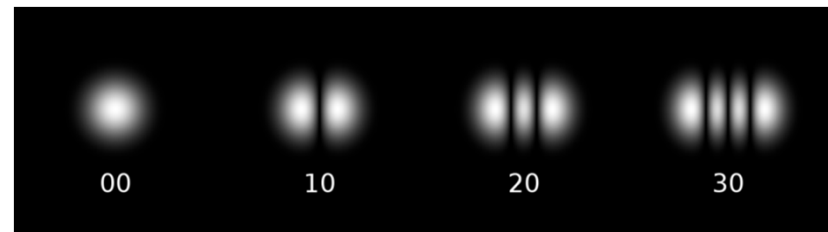
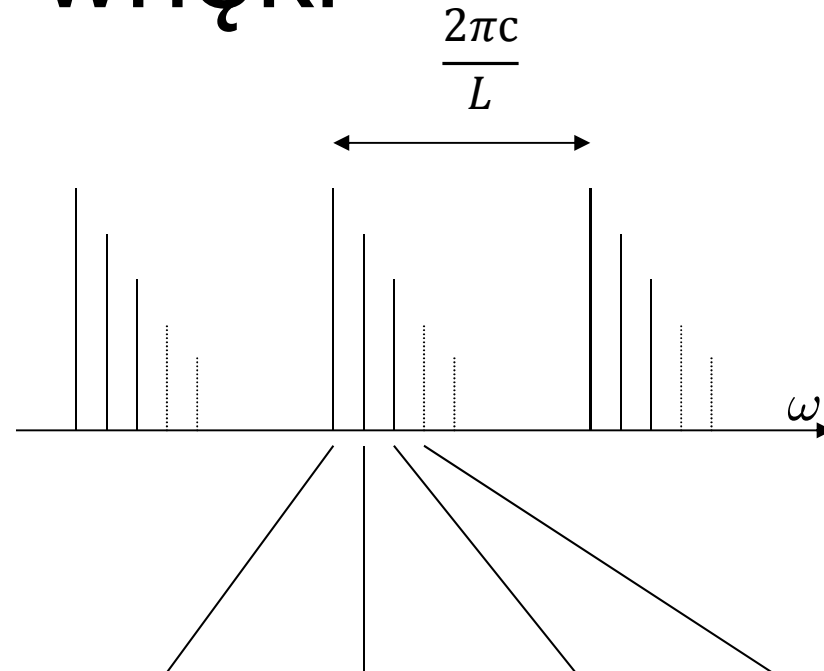
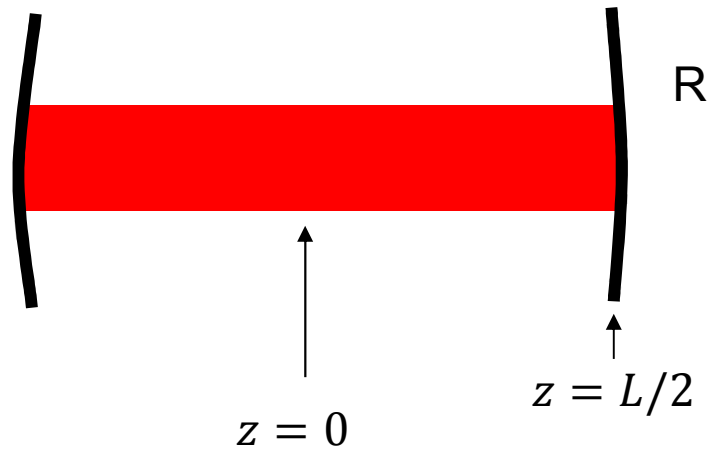
Selektywność modowa: praca ciągła



Selektywność modowa: praca ciągła



Mody wnętrza

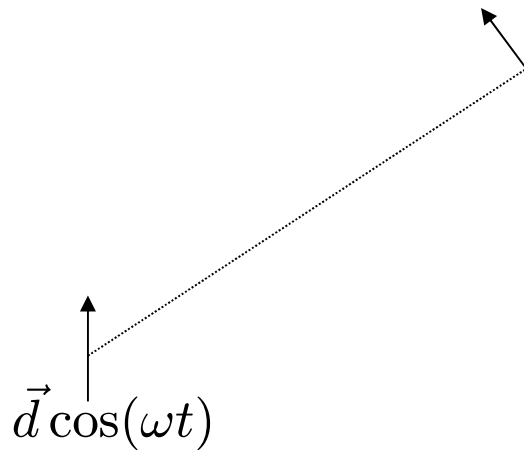


Wiązki gaussa-hermita
 zależność od
 z/t : fala stojąca (przesunięcie Gouy'a)
 x, y : gauss-hermit

$$u_n(k) = \sqrt{\frac{w_0}{\sqrt{\pi} 2^n n!}} H_n(kw_0) e^{-k^2 w_0^2 / 2}$$

Emisja dipola

Dla momentu dipolowego oscylującego z częstością ω i amplitudą d



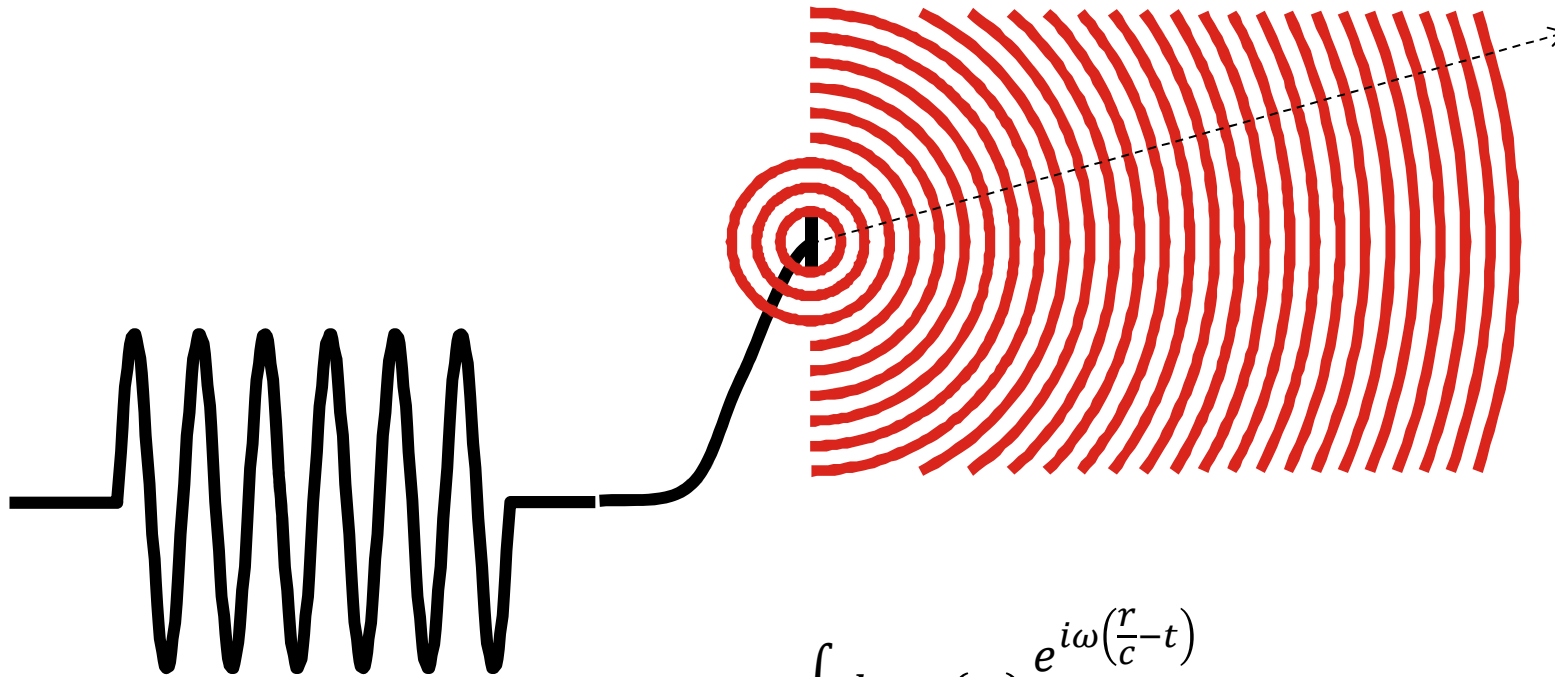
daleko (strefa promieniowania)

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{e^{i\left(\frac{r}{c}-t\right)\omega}}{r} \vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{d})$$

przyspieszenie elektronu

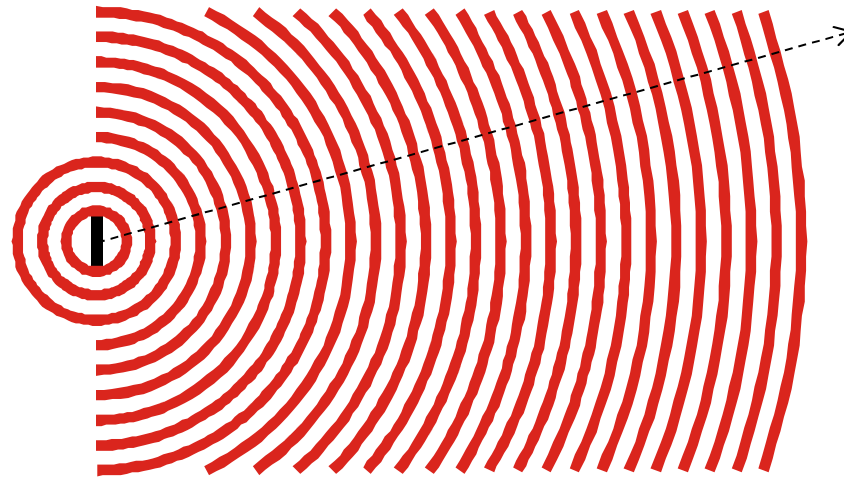
moc emitowana $P = \frac{\omega^4 |d|^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}$

Dipol impulsowy



$$\int d\omega u(\omega) \frac{e^{i\omega\left(\frac{r}{c}-t\right)}}{r}$$

Dipol zmienny



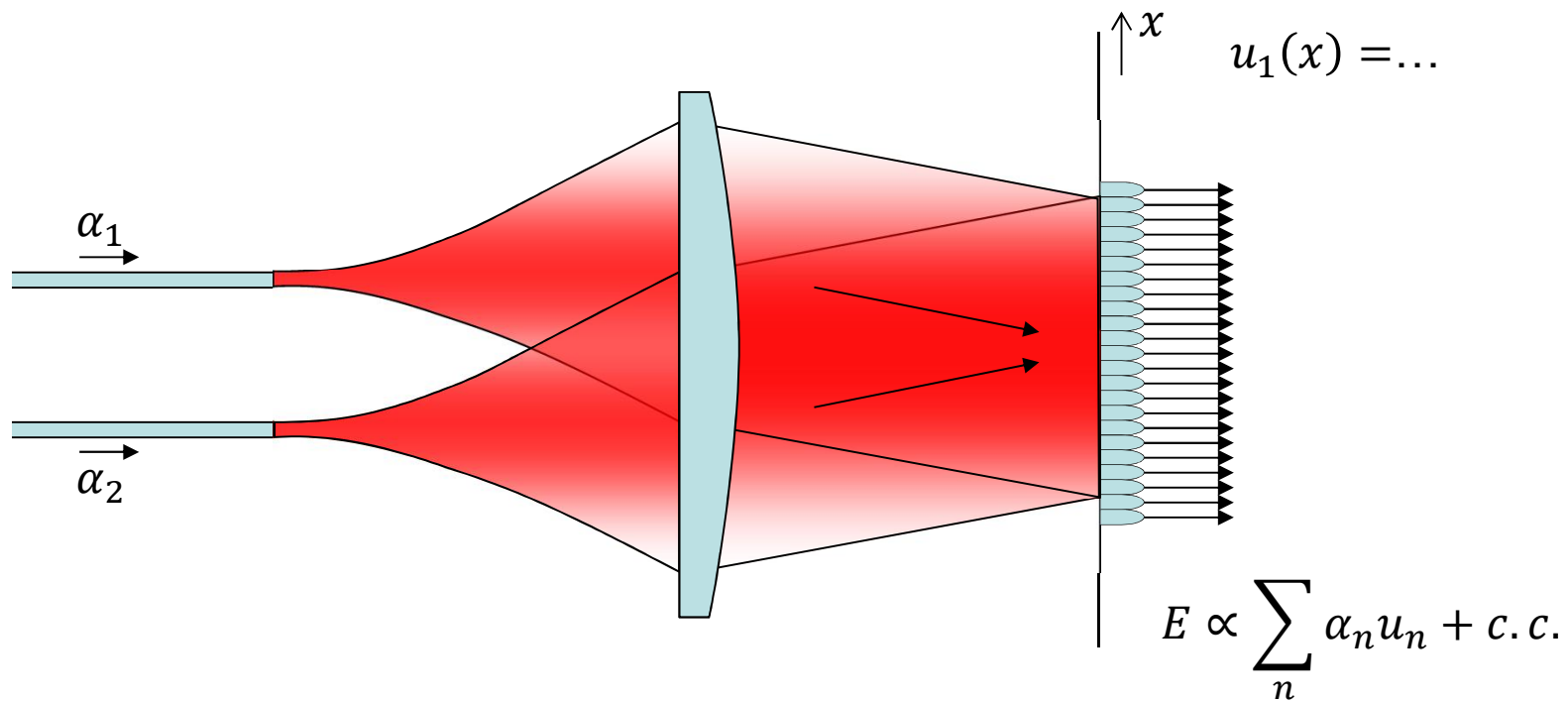
$$d(t) = \Re \sigma(t) e^{i\omega_0 t}$$

$$\sigma\left(t - \frac{r}{c}\right) \frac{e^{i\omega_0\left(\frac{r}{c} - t\right)}}{r}$$

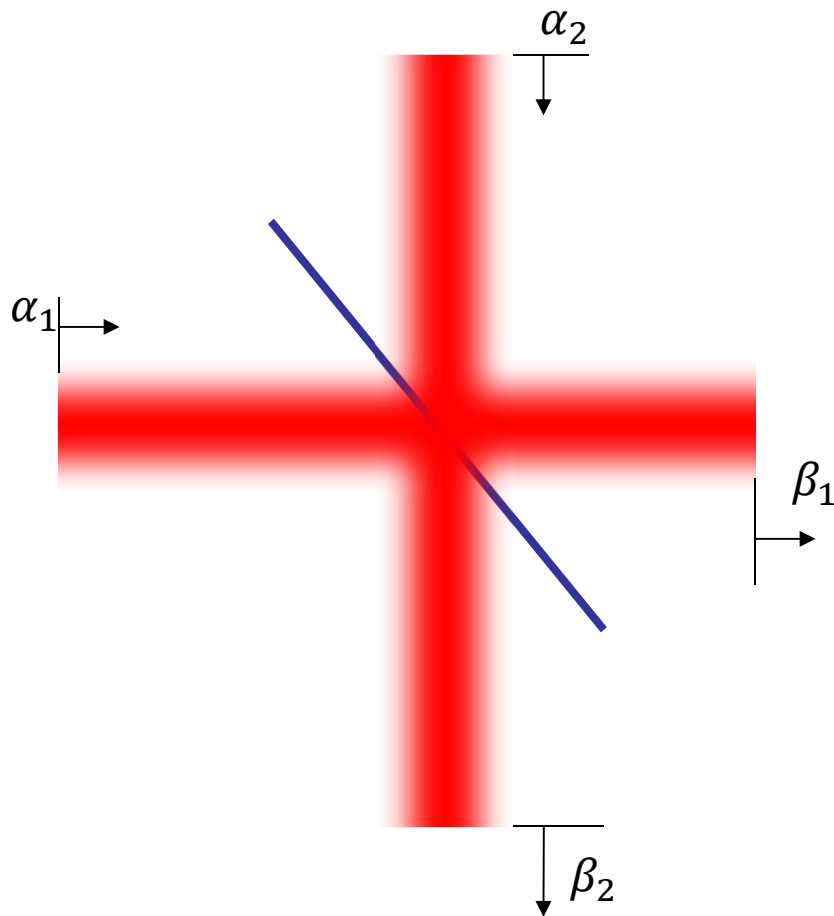
Czy to jest emisja do wszystkich modów
Czy tylko do niektórych?

Moc wypromieniowana?
Zanik dipola?

Pojęcie modu - kwestia umowna



Płytkka 50/50: różne możliwości



Mody urywające się jak na rysunku
Lub rozszczepiające się

Mody = byty niezależne

Ortogonalne i zupełne

- Fale płaskie
- Mody wnęki
- Fale sferyczne

Prawie-zupełne? uzupełnialne?

- Wiązki HG
- Impulsy

Rozkład pola E-M na mody

- Klasyczne pola $D(\mathbf{x},t)$ i $B(\mathbf{x},t)$ można rozłożyć w bazie rozwiązań równań Maxwella (np. fal płaskich):

$$\vec{D} = \sum_n -p_n(t) \vec{u}_n(\vec{x}) \quad \vec{B} = \sum_n q_n(t) \vec{v}_n(\vec{x}) \quad \vec{v}_n = \vec{\nabla} \times \vec{u}_n$$

wtedy współczynniki p i q spełniają równania oscylatora

$$\dot{q}_n = p_n/\epsilon, \quad \dot{p}_n = -\epsilon\omega_n^2 q_n$$

co oznacza przejście do innej bazy funkcji modowych?

co z normalizacją?

zamiana p na $2p$ itd.?

zysk: uproszczenie do "czarnej skrzynki"

Rozkład pola E-M na mody 2

- Klasyczne pola $D(\mathbf{x},t)$ i $B(\mathbf{x},t)$ można rozłożyć w bazie rozwiązań równań Maxwella (np. fal płaskich):

$$\vec{D} = \sum_n -p_n(t) \vec{u}_n(\vec{x}) \quad \vec{B} = \sum_n q_n(t) \vec{v}_n(\vec{x}) \quad \vec{v}_n = \vec{\nabla} \times \vec{u}_n$$

wtedy współczynniki p i q spełniają równania oscylatora

$$\dot{q}_n = p_n/\epsilon, \quad \dot{p}_n = -\epsilon\omega_n^2 q_n$$

Chcemy, żeby problem stał się formalnie identyczny z zestawem oscylatorów harmoniczných, o częstościach ω_n i masach ϵ .

$$H = \int d^3r \left(\frac{D^2}{2\epsilon} + \frac{B^2}{2\mu} \right) \rightarrow \sum_k \left(\frac{p_k^2}{2\epsilon} + \frac{\epsilon\omega_k^2 q_k^2}{2} \right)$$

wymusza to normalizację modów u

Rozkład pola 3

- Zapisaliśmy całe pole jako sumę modów
- Każdy mod ewoluuje jak oscylator harmonicznym
- Były niezależne, hamiltonian sumą hamiltonianów
- Łatwo kwantujemy