# Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 3
Radek Chrapkiewicz

27.02.2013

## Propagacja w dielektryku

1. Masz dwa sygnały, które różnią się tylko tym, że jeden jest przesunięty względem drugiego o $\Delta\omega$. Znajdź natężenie tego sygnału od czasu tzn. $|\mathcal{F}^{-1}(\tilde{f}(\omega) + \tilde{f}(\omega + \Delta\omega))|^2$, wiedząc że $f(t) = \mathcal{F}^{-1}(\tilde{f}(\omega))$. Z jakim zjawiskiem mamy tutaj do czynienia? Jaka będzie charakterystyczna częstość natężenia od czasu $|f(t)|^2$?
2. Znajdź rozwiązania równania falowego dla pól elektromagnetycznych w próżni w jednym wymiarze. W tym celu udowodnij kolejną własność transformaty Fouriera $\mathcal{F}(\frac{d^n f}{dt^n}) = (i\omega)^n \tilde{f}(\omega)$.
3. Pokaż, że w dielektryku o podatności elektrycznej $\chi$ fala rozchodzi się z prędkością $c/\sqrt{1+\chi}$.
4. Wyprowadzić równanie falowe w dielektryku w przybliżeniu wolno zmiennej obwiedni. W tym celu załóż, że $E(z,t) = A(z,t)e^{ik_0 z}$ i, że $|d^2A/dz^2| \ll k_0|dA/dz|$ oraz $|d^2A/dz^2| \ll k_0^2|A|$.
5. Rozważ następujące zagadnienie w 1 wymiarze. Przestrzeń od $0 < z \leq L$ wypełniona jest drgającymi dipolami o gęstości momentu dipolowego wewnątrz obszaru $P(z,t) = P_0 e^{i\omega_0 t}$. Jakie będzie pole elektryczne w punkcie $z'$? Skorzystaj z równania wyprowadzonego w zad. 4. Dlaczego dla pewnych $L$ pole elektryczne znika?
6. *(Nie było na ćwiczeniach, ale warto się zastanowić) Kontynuacja zad. 5. Czy można w sposób poprawny uzyskać wynik w całej przestrzeni przy rozwiązywaniu równania wolno zmiennej amplitudy? Czy gdyby $P_0(z)$ było funkcją od $z$ to można byłoby dobrać taki przebieg tej funkcji by uzyskać emisję w z takiego materiału?

## Zadania domowe

1. W danym punkcie przestrzeni $z = z_0$ pole elektryczne w funkcji czasu wynosi
$$E(z_0, t) = E_0 e^{-t^2/2\tau^2 + i\omega_0 t}.$$
Zakładając, że fala propaguje się w próżni, znajdź pole elektryczne w przestrzeni w danej chwili czasu $t_0$. $E(z, t_0) =$?
2. Ile wynosi szerokość połówkowa $\Delta\lambda$ widma gaussowskiego impulsu laserowego o centralnej długości fali $\lambda = 800$ nm o czasie trwania $\Delta t$ (w sensie szerokości połówkowej) odpowiadającej pojedynczemu okresowi fali nośnej. Fala nośna to monochromatyczna fala o długości $\lambda$.
3. Na ćwiczeniach wyprowadziliśmy równanie różniczkowe na ewolucję tzw. wolno zmiennej obwiedni $A(z,t)$ gdzie $E(z,t) = A(z,t)e^{ikz}$. Zakładając, że $A(0,t) = A_0 e^{-t^2/2\tau^2}$podaj dla jakich parametrów $\tau$ można w sposób uzasadniony stosować przybliżenie wolno zmiennej obwiedni? Ilu oscylacją pola elektrycznego to odpowiada?
4. Splot dwóch funkcji zdefiniowany jest w następujący sposób:
$$(f \star g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')g(t-t')dt$$
Oblicz splot funkcji Gaussa: $f(t) = e^{-t^2/2\tau^2}$ z a) $g(t) = \delta(t)$ b) $g(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k\tau)$ c) $g(t) = e^{-t^2/2\eta^2}$ d) $g(t) = \sin(t)$
5. Gaussian blurr w 1D. Żeby zrozumieć jak działa efekt rozmycia z Photoshopu tudzież po prostu nie ostre zdjęcie zaimplementuj analitycznie bądź numerycznie okresową funkcje prostokątną
(np. taką jak tu `http://pl.wikipedia.org/wiki/Sygna%C5%82_okresowy` i zrób jej splot z funkcją $f(t) = e^{-t^2/2\tau^2}$ .
Zobacz w Mathematice za pomocą funkcji `Manipulate`, efekty przy zmianie $\tau$.
6. * Gaussian blurr w 2D. Zaimplementuj Gaussian Blurr w Mathematice na dowolnym zdjęciu.