

# Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 23  
Radek Chrapkiewicz

20.05.2013

## Wiązki Gaussowskie

1. Pokazać, że rozwiązaniem przyosiowego równania Helmholtza jest wiązka paraboliczna czyli przybliżenie przyosiowe fali sferycznej. Przy zamianie zmiennych  $z \rightarrow z + iz_R$  dostajemy pole elektryczne wiązki gaussowskiej  $A(\rho, z) = A/q(z) \exp(-i\rho^2/2q(z))$
2. Jaka jest interpretacja  $q(z)$  oraz  $1/q(z)$ ?
3. Skąd pochodzi faza Goya? Zobaczyć, że podobną fazę zmienną w kierunku propagacji można uzyskać interferując dwie fale płaskie pod kątem. Wyznaczyć tę fazę.
4. Jak soczewka zmienia parametr  $q$  wiązki gaussowskiej?
5. Jak propagacja zmienia parametr  $q$  wiązki gaussowskiej?
6. Podać przepis na propagację wiązki gaussowskiej przez układ opisywany macierzą ABCD.
7. Pokazać, że jeżeli soczewkę wstawimy przewężenie to:  $w'_0 = w_0/\sqrt{1 + (z_R/f)^2}$  a przewężenie powstanie w odległości  $y = f/(1 + (f/z_R)^2)$  od soczewki.

## Zadania domowe (z 2 ostatnich ćwiczeń)

W niektórych z poniższych zadań domowych dość sporo jest prostych obliczeń algebraicznych. Proponuję skupić się na wnioskach i fizyce, a obliczenia do poniższych zadań przeprowadźcie w Mathematice.

1. Wyznacz transformatę Fouriera pola wiązki gaussowskiej o parametrze  $q$ .
2. Dwa jednomodowe światłowody o średnicy rdzenia  $a$  znajdują się w odległości  $d$  od siebie. Co zobaczysz na ekranie w dużej odległości  $D$  od światłowodów? Co się stanie jeżeli jeden światłowód przekręcisz o mały kąt  $\theta$ ?
3. Na ekranie nałożono dwie identyczne wiązki gaussowskie. Kierunki propagacji wiązek nachylone są pod małym kątem  $\theta$ , odległość od przewężeń wiązek wynosi  $L$ . Podaj natężenie światła na ekranie. Jakie będzie natężenie, gdy odległości od przewężeń nie będą identyczne? Napisz skrypt w Mathematice do oglądania interferencji wiązek gaussowskich o różnych parametrach pod kątami.
4. Wiązka Gaussowska ma przewężenie  $w_0$  w odległości  $x$  od soczewki o ogniskowej  $f$ . W jakiej odległości  $y$  powstanie przewężenie za soczewką? Wyprowadź równanie soczewki dla wiązek gaussowskich, analogiczne do tego z optyki geometrycznej. Dla jakich  $z_R$  równanie to odtwarza równanie optyki geometrycznej?
5. Wiązka z czerwonego wskaźnika laserowego ma w przewężeniu  $w_0 = 2$  mm. Zaproponuj realistyczny układ optyczny, który pozwoli sprząć taką wiązkę do światłowodu o średnicy modu podstawowego  $6 \mu\text{m}$ . Dlaczego podaję średnicę modu podstawowego, a nie np. tylko średnicę rdzenia?
6. W optyce geometrycznej, jeżeli źródło jest w odległości  $f$  od soczewki to za soczewką otrzymujemy falę skolimowaną. Wiemy, że dla wiązek gaussowskich nie ma takiego pojęcia i każda wiązka gaussowska ma swoje przewężenie. Gdzie zatem znajdzie się przewężenie za soczewką?
7. Dlaczego wiązki laserowe o parametrze  $M^2 > 1$  rozbiegają się szybciej niż wiązki gaussowskie? Jaka jest fizyczna przyczyna?
8. Wróć do obliczeń z ćwiczeń nt. dyfrakcji gdzie wyprowadzaliśmy metodą Fourierowską dyfrakcję Fresnela. Przeanalizuj kroki postępowania i zobacz w którym miejscu pojawiają się tam wiązki gaussowskie (oraz w którym miejscu znikają).

9. **\*(Prawdziwy problem laboratoryjny!)** W moim układzie doświadczalnym na kamerze obserwuję dalekie pole pewnego obszaru w którym generuję fotony. Gdyby fotony były emitowane w modach przestrzennych będących falami płaskimi, fotony o różnych kierunkach propagacji padałyby na inne obszary kamery, które odpowiadałyby tym konkretnym kątom. Moje fotony emitowane są jednak modach przestrzennych o skończonych rozmiarach, które mogę przybliżyć za pomocą wiązek gaussowskich. Znajdź układ optyczny składający się z 2 soczewek, który jednocześnie zapewni mi, że wszystkie wiązki gaussowskie o przewężeniu w  $z = 0$ , będą również miały przewężenie na kamerze, oraz kamera będzie obrazowała dalekie pole obszaru wokół  $z = 0$ . Jaka musi być macierz ABCD takiego układu? Jakie będzie powiększenie takiego układu (tzn. kalibracja kąt - położenie na sensorze kamery).