

Zadania

Podstawy fizyki IV - ćwiczenia 21
Radek Chrapkiewicz

09.05.2013

1. Rozwiąż równanie falowe na propagację pola elektrycznego wzdłuż osi z , przy założeniu wolno zmiennej obwiedni i postaci pola elektrycznego $E(x, y, z)e^{ikz}$.
2. Udowodnij, że powyższe rozwiązanie z wykorzystaniem metody fourierowskiej jest w przybliżeniu równe całce dyfrakcyjnej Fresnela.
3. Udowodnij, że w dalekim polu czyli przy dyfrakcji Fraunhofera obserwujemy transformatę Fouriera pola wchodzącego z pewnym czynnikiem fazowym. Skorzystaj z metody fazy stacjonarnej.
4. Znajdź natężenie światła daleko za prostokątem o wymiarach $a \times b$.
5. Znajdź natężenie światła daleko za otworem o średnicy a .
6. Jak zmienia się szerokość wzoru dyfrakcyjnego od szczeliny gdy szczelinę zawężamy?
7. Zobacz implementację dyfrakcji metodą fourierowską w bliskim polu w Mathematicie. Zobacz dyfrakcję na otworach kołowych, kwadracie oraz zobacz, że wiązka gaussowska nie zmienia swojego profilu podczas propagacji.
8. Weź od prowadzącego małą przysłonę, małą dziurkę o średnicy $30 \mu\text{m}$. Zobacz, że świecąc przez otwory wiązką laserową możesz zobaczyć prążki Airy'ego czyli zobaczyć jak wygląda funkcja jinc na żywo.

Zadania domowe

1. **Jakiej grubości jest twój włos?** Wykonaj samodzielnie następujące doświadczenie. Wyrwij sobie włos, rozciągnij to pomiędzy dwoma przedmiotami, przymocuj za pomocą taśmy klejącej i zaświeć w niego wskaźnikiem laserowym. Na podstawie obrazu dyfrakcyjnego oblicz grubość włosa.
2. Zaimplementuj samodzielnie i/lub skorzystaj ze skryptów napisanych przeze mnie do fourierowskiej metody znajdowania obrazów dyfrakcyjnych w bliskim polu. a) Zobacz jak powstaje plamka Arago. b) Zobacz jakiej dyfrakcji podlega wiązka gaussowska, która w jednym kierunku jest dużo węższa niż innym. c) Zaimplementuj dyfrakcję na otworze trójkątnym. d)* Zaimplementuj dyfrakcję na periodycznym wzorze (np. otwory trójkątne na siatce prostokątnej). Zaobserwuj *efekt Talbota* tzn. po jakiejś odległości początkowy wzór pola odtworzy się.
3. Sprawdź numerycznie w Mathematicie, że pierwsze zero funkcji jinc(x) wypada w punkcie $x_0 = 1.22\pi$. Wyprowadź kryterium Rayleigha na rozdzielczość kątową w obrazowaniu soczewką o średnicy D , $\Delta\theta = 1.22\lambda/D$.
4. Znajdź wielkość plamki powstającej na siatkówce w oku dla koloru zielonego. Ludzkie oko ma średnicę ok. 24 mm, źrenica otwiera się w granicach 3-8 mm. Porównaj wielkość plamki na siatkówce z wielkością czopka ($0.5 - 4 \mu\text{m}$).
5. Oświetlono jednorodnie soczewkę o ogniskowej f i średnicy D monochromatyczną falą płaską. Znajdź rozkład natężenia w płaszczyźnie ogniskowej.
6. *Udowodnij, że pole elektryczne, które w płaszczyźnie $z = 0$ określonej jest wzorem: $E(r, \varphi) = E_0 J_0(Kr)$, gdzie J_0 to funkcja Bessela zerowego rzędu, nie zmienia swojego kształtu podczas propagacji, czyli nie podlega dyfrakcji. Czy wiązki Bessela mogą istnieć w przyrodzie, tzn. czy da się je idealnie wytworzyć?
7. *Zaproponuj doświadczalną metodę tworzenia wiązki Bessela. Wskazówka: zobacz z jakich przestrzennych składowych spektralnych składa się taka wiązka.
8. ***Efekt Talbota.** Udowodnij, że periodyczny wzór przestrzenny, np. otwórki na periodycznej dwuwymiarowej siatce w bliskim polu odtworzy się w odległości $z_T = 2d^2/\lambda$, gdzie d to okres przestrzenny wzoru maski.
9. ***Zakręcające, bezdyfrakcyjne wiązki Airego.** Okazuje się, że jeżeli wiązka światła jest opisana w przekroju funkcją Airy'ego (znajdź w internecie) to podczas propagacji również nie zmienia swojego kształtu, a co więcej zakręca i przyspiesza! Temat jest świeży i analityczne rozwiązania równań Maxwella oraz implementacje doświadczalnej powstały zaledwie w 2012 roku. Zachęcam do zapoznania się z artykułami i zrozumienia jak to działa, czy i gdzie jest pogwałcona zasada zachowania pędu. Gdy ktoś był bardziej zainteresowany zapraszam do realizacji takich wiązek u nas w labie – sprzęt jest :)