

59. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA ZAŁAMANIA POWIETRZA ZA POMOCĄ INTERFEROMETRU MICHELSONA

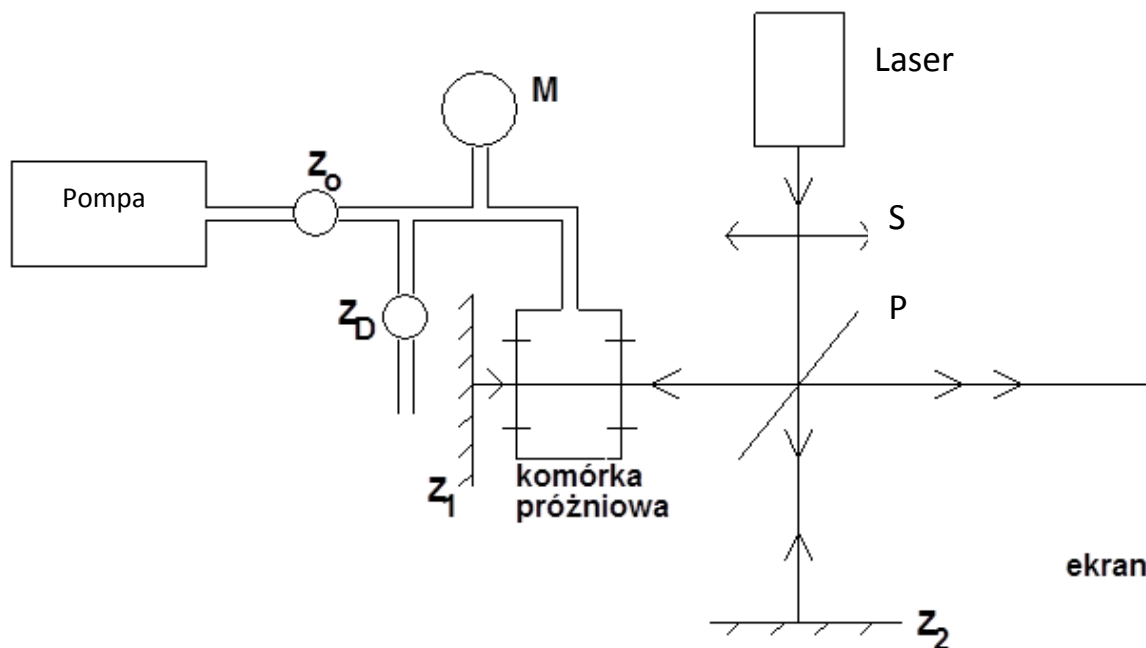
Celem ćwiczenia jest:

1. zapoznanie się z interferometrem Michelsona i obserwacja interferencji fal płaskich i opcjonalnie sferycznych
2. sprawdzenia zależności współczynnika załamania od ciśnienia
3. wyznaczenie wartości tego współczynnika

Masz do dyspozycji

- laser diodowy z teleskopem powiększającym wiązkę o długości fali 650nm,
- aparaturę próżniową, w skład, której wchodzi:
 - pompa próżniowa,
 - zawór ZO odcinający komórkę od pompy,
 - zawór ZD dozujący do powolnego wpuszczania powietrza do komórki,
 - manometr M,
 - komórka próżniowa,
- zwierciadła Z1 i Z2 oraz płytka półprzepuszczalna P potrzebne do skonstruowania interferometru,
- soczewki do powiększenia wiązki lasera
- ruchomy ekran,
- oscyloskop i dwie fotodiody.

Przygotowanie do ćwiczenia: przeczytaj instrukcję począwszy od opisu fizyki interferometru, odpowiedz na zawarte tam pytania 1-7, a dla ambitniejszych też 8-10.



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego. Z_0 , Z_D – zawory próżniowe; M – manometr; Z – zwierciadła, P – płytka światłodzieląca, S – opcjonalna soczewka.

Wykonanie ćwiczenia

Obsługa układu próżniowego

1. Zamknij zawór ZD dozujący powietrze. Po zakręceniu stawia opór, nie siłuj się z nim!
2. Włącz pompę próżniową i otwórz zawór ZO odcinający.
3. W ciągu 10-20sek. wskazówka manometru osiągnie położenie oznaczone –1. Jeśli mimo długotrwałego pompowania wskazówka manometru nie może osiągnąć tego położenia, świadczy to o nieszczelności w układzie próżniowym; najczęstszą przyczyną jest pozostawienie otwartego zaworu ZD dozującego. Po uzyskaniu właściwej próżni należy zamknąć zawór ZO odcinający i można wyłączyć pompę.
4. Jeśli zawór ZD dozujący nie był dostatecznie szczelnie zamknięty – objawia się to powolnym wzrostem ciśnienia w komórce – należy ostrożnie dokręcać śrubę mikrometryczną aż do wzrostu oporu.

UWAGA: Otwieranie zaworu odcinającego ZO częściej niż raz na minutę może spowodować jego uszkodzenie.

Ustawienie interferometru

5. Za pomocą dwóch soczewek o ujemnej i dodatniej ogniskowej stwórz teleskop powiększający wiązkę. Za pomocą ekranu z siatką milimetrową zaobserwuj, że wiązka zarówno blisko jak i daleko posiada ten sam rozmiar.
6. Wstaw płytkę światłodzielącą P, a następnie komórkę próżniową oraz lustra Z1 i Z2. Zwróć uwagę, by wiązka odbita nie trafiała bezpośrednio do lasera, gdyż zakłóca to jego pracę.
7. Przyjrzyj się wiązkom z obu ramion na ekranie. Zastaniając ramiona małą kartką białego papieru oraz poruszając lustrem Z1 za pomocą śrubek zidentyfikuj te wiązki.
8. Ustaw wiązki *bardzo dokładnie równoległe do siebie*. W tym celu najłatwiej jest obserwować ich położenie na znacznie oddalonym ekranie.
9. Jeśli wykonałeś powyższą procedurę starannie zobaczysz prążki interferencyjne na ekranie. Zobacz że ten obraz jest bardzo czuły na dotykanie interferometru czy dowolnej ze śrub.
10. Zaobserwuj, odnotuj i wyjaśnij jak ten obraz zmienia się gdy pokręcać (odrobinię!) poszczególnymi śrubami interferometru. Powiąż swoje obserwacje z odpowiedzią na pytanie 5.

Opcjonalnie – interferencja fal sferycznych (uzyskanie obrazu interferencyjnego w tym przypadku jest znacznie prostsze, ale trudniej wyjaśnić jego powstanie)

11. Umieść ekran za interferometrem i zapamiętaj położenie środka obrazu (można przesunąć ekran)
12. Wstaw soczewkę między laser a interferometr w takim miejscu, aby położenie środka obrazu się nie zmieniło.
13. Jeśli nie widać koncentrycznych prążków interferencyjnych lub nie są one na środku wiązki poreguluj lustrem Z1 tak aby wiązki z obu ramion wychodziły w tym samym kierunku.
14. Zaobserwuj, odnotuj i wyjaśnij jak zmienia się obraz interferencyjny gdy pokręcać poszczególnymi śrubami interferometru.

Pomiary

1. Ustaw interferometr i ekran tak aby wyraźnie widzieć prążki i manometr jednocześnie
2. Odpompuj komórkę, zwracając uwagę na zachowanie obrazu interferencyjnego.
3. Wyłącz pompę. Wpuść do komórki powietrze (odkręć ZD o kilka obrotów), obserwując obraz i manometr. Słuchaj swojego układu.
4. Odnotuj i wyjaśnij zachowanie obrazu (pytanie 7) biorąc pod uwagę fakt, że gaz opóźnia falę optyczną biegnącą przez komórkę.
5. Ustal procedurę pomiaru która umożliwi sporządzenie wykresu dodatkowej fazy wprowadzanej przez gaz od jego ciśnienia wskazywanego przez manometr. Ponieważ

manometr jest niedokładny, policz także całkowitą fazę od próżni aż do ciśnienia atmosferycznego.

6. Wykonaj kilka serii pomiarowych, uzyskaj precyzję pomiaru fazy nie gorszą niż 2π .
7. Za pomocą suwmiarki zmierz długość komórki próżniowej w jej rogach. Wykonując pomiary długości poszczególnych krawędzi zachowaj ostrożność by nie porysować okienek. Zwróć uwagę że komórka nie jest dokładnie prostopadłościenna.
8. Odczytaj temperaturę powietrza w pokoju pomiarowym. Zakładamy, że temperatura powietrza w komórce jest równa temperaturze zewnętrznej.
9. Na barometrze umieszczonym w korytarzu pracowni odczytaj panujące aktualnie ciśnienie atmosferyczne. Barometr pokazuje ciśnienie w milimetrach słupa rtęci i wyposażony jest w noniusz – wykorzystaj to!

Opcjonalne użycie fotodiody i oscyloskopu – dla żądnych wrażeń

Zawodne oko można zastąpić fotodiodą pożyczoną z ćwiczenia interferencja Younga i podłączoną do oscyloskopu. Sygnał z fotodiody jest proporcjonalny do natężenia światła, o ile jest mniejszy niż 3-4V i jeśli bateria działa. Jeśli sygnał jest zbyt duży najprościej odsunąć fotodiodę dalej.

Podłączając fotodiodę do oscyloskopu możesz wykonać niektóre pomiary szybciej i/lub bardziej precyzyjnie, ale wymaga to namysłu. Nie obawiaj się mieć własnych pomysłów ani konsultacji z asystentem. Przed właściwymi pomiarami poświęć chwilę na właściwy dobór skali i podstawy czasu oraz przemyślenie związku opóźnienia fali optycznej przez gaz z wykresem ukazującym się na ekranie oscyloskopu.

Wyniki, które mają znaleźć się w raporcie

1. Zakładając że wskazanie manometru jest liniową funkcją ciśnienia oraz współczynnika załamania wyskaluj manometr. Przedstaw wykres pozwalający zweryfikować podane założenie.
2. Wyznacz współczynnik załamania powietrza wokół eksperymentu.
3. Zwracając uwagę, że współczynnik załamania minus 1 jest proporcjonalny do koncentracji cząsteczek gazu (gęstości) porównaj uzyskany współczynnik załamania z wartością dla powietrza suchego wynoszącą $n_0 = 1 + 2,921 \times 10^{-4}$ w warunkach normalnych, $t = 0^\circ\text{C}$, $p_0 = 760$ mm Hg dla długości fali 633nm.
4. Omów z asystentem jego szczególne wymagania

Zasady bezpieczeństwa

Nigdy nie patrz w wiązkę lasera.

Przed włączeniem lasera zdejmij zegarek, pierścionki itp. obiekty którymi mógłbyś go sobie niechcący odbić do oka.

Prowadź wiązki w płaszczyźnie stołu. Przed schyleniem się wyłączaj laser.

Miej wiązki pod kontrolą - nie stwarzaj zagrożenia dla innych.

Używaj czystej białej kartki (wielkości kilka-kilknaście cm) do śledzenia biegu wiązki.

Nie dotykaj polerowanych powierzchni – luster, okienek, soczewek, lasera, płytki etc. Jeśli Ci się to niechcący zdarzyło zawiadom o konieczności fachowego oczyszczenia optyki – wiele osób wydziela substancje żrące metal a nawet szkło!

PODSTAWOWA FIZYKA INTERFEROMETRU MICHELSONA

Fala płaska. Dużą, skolimowaną (tj. biegnącą bez zmiany średnicy) wiązkę światła z lasera możemy z dobrym przybliżeniem opisywać jako falę płaską. Częstość fali ω i wektor falowy \vec{k} wiążą się z długością fali wzorami $|k| = 2\pi/\lambda$, $|k| = \omega/c$. Pole elektryczne w takiej fali opisywane jest wzorem:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \quad (1)$$

Faza ϕ powyżej jest dowolna. Fala taka jest nieskończenie rozciągła i jest równoważna pękowi równoległych promieni świetlnych. W rzeczywistości będziemy pracować z wiązkami które mają skończoną średnicę i przypominają cylinder wykrojony z fali płaskiej o osi wzdłuż kierunku propagacji.

Natężenie światła to ilość energii niesiona przez falę na jednostkę czasu i powierzchni. Jest ono proporcjonalne do uśrednionego po okresie drgań pola elektrycznego.

$$I = \frac{\epsilon_0 c}{2} \vec{E}_0^2 \quad (2)$$

Powyżej ϵ_0 jest przenikalnością próżni.

Fronty falowe to powierzchnie stałej fazy, czyli argumentu funkcji cosinus w powyższym wzorze. Zmiana fazy o 2π nie powoduje żadnego efektu fizycznego, dlatego równanie określające fronty falowe możemy dla fali płaskiej zapisać w postaci: $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi = 2n\pi + \phi_0$ gdzie n jest dowolną liczbą całkowitą, zaś ϕ_0 dowolnie wybraną stałą fazą odniesienia.

Dla fali płaskiej fronty falowe są płaszczyznami, stąd nazwa fali.

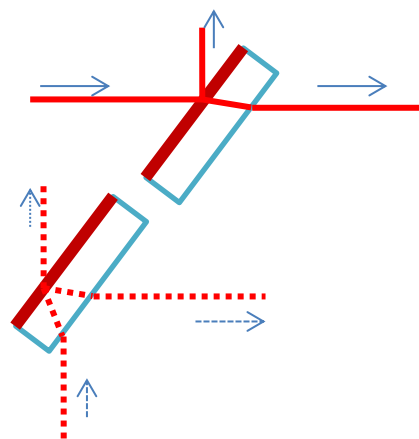
Pytanie 1: jak poruszają się fronty falowe? Załóż że wektor falowy leży w kierunku $+z$ i np. rozwiąż równanie zapisane powyżej.

Płytkę światłodziącą. W eksperymentach interferencyjnych do dzielenia i nakładania wiązek laserowych używamy luster półprzepuszczalnych. Są to płytki szklane pokryte warstwą metalu lub warstwami dielektryka¹ które odbijają część padającego promieniowania, resztę zaś przepuszczają.

Na rysunku obok narysowałem bieg promienia padającego od strony pokrycia (linie ciągłe) oraz od wnętrza płytki (linie przerywane). Zauważ, że w jednym przypadku światło odbija się od ośrodka gęstszego, skutkiem czego zmienia fazę o π . Przy odbiciu od ośrodka rzadszego faza nie zmienia się, podobnie przy przejściu przez płytkę.

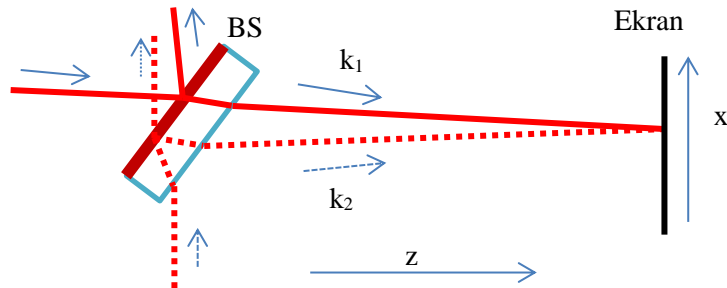
Pytanie 2: Jeśli płytkę odbija 50% energii padającego promieniowania i nie wprowadza żadnych strat, to jaki jest stosunek natężenia pola fali odbitej do fali padającej? Użyj wzoru (2).

Jak opisziesz poszczególne fale występujące na rys. 1 wzorami typu (1)? Jak będą powiązane wektory falowe i fazy ϕ ? (nie wyprowadzaj wzorów, przedstaw warunki które muszą być spełnione zgodnie z treścią powyżej i prawem odbicia)



Rys. 1. Płytkę światłodziącą. Na górze wiązka pada od strony pokrycia, na dole od tyłu płytki.

¹ Patrz W. Demtroeder, „Spektroskopia laserowa”, rozdz 4.2.7 lub hasło „optical coating”



Rys. 2. Łączenie wiązek nadbiegających z lewej i z dołu na płytce światłodzielną i obserwacja ich interferencji na ekranie.

Interferencja fal na płytce światłodzielną (rys. 2). Niech na płytkę z dwóch stron padają fale płaskie, których kierunki propagacji są tak dobrane, aby część odbita pierwszej fali utworzyła z częścią przechodzącą drugiej fali bardzo mały kąt α . Oznaczmy symbolami E_1 i E_2 amplitudy pola elektrycznego tych fal, zaś k_1 i k_2 będą ich wektorami falowymi. Pole w okolicy ekranu jest sumą pól obu fal:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1) + \vec{E}_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2) \quad (3)$$

Pytanie 3: Naskicuj fronty falowe fal 1 i 2.

Jasność światła które obserwujemy na ekranie jest związana z jego natężeniem. Obliczmy natężenie sumarycznego pola równe $I(\vec{r}) = \epsilon_0 c \langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle$, gdzie symbol $\langle \ \rangle$ oznacza uśrednianie po okresie drgań:

$$I(\vec{r}) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + \phi_2 - \phi_1) \right) \quad (4)$$

Jeśli wybierzemy układ współrzędnych w którym płaszczyzna x - z zawiera wektory falowe (kierunki propagacji) obu fal i oś z pokrywa się z dwusieczną tego kąta, jak na rysunku 2, to różnica wektorów falowych występująca powyżej będzie skierowana wzdłuż osi x i wyniesie $\vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \hat{e}_x |k| \alpha$, gdzie \hat{e}_x jest wektorem w kierunku x i skorzystałem z przybliżenia małych kątów.

Pytanie 4: Naskicuj wykres natężenia światła od położenia x na ekranie, zakładając że amplitudy obu interferujących fal są równe. Jaki musi być kąt między wiązkami żeby odległość między sąsiednimi minimami wynosiła 1mm jeśli długość fali wynosi 500nm?

Pytanie 5: Zaznacz maksima i minima interferencyjne na rysunku z pytania 3, korzystając z faktu że maksima powstają tak gdzie fazy obu fal są identyczne. Następnie użyj faktu że odległość między frontami falowymi jest równa długości fali aby obliczyć odległość sąsiednich maksimów z tego rysunku.

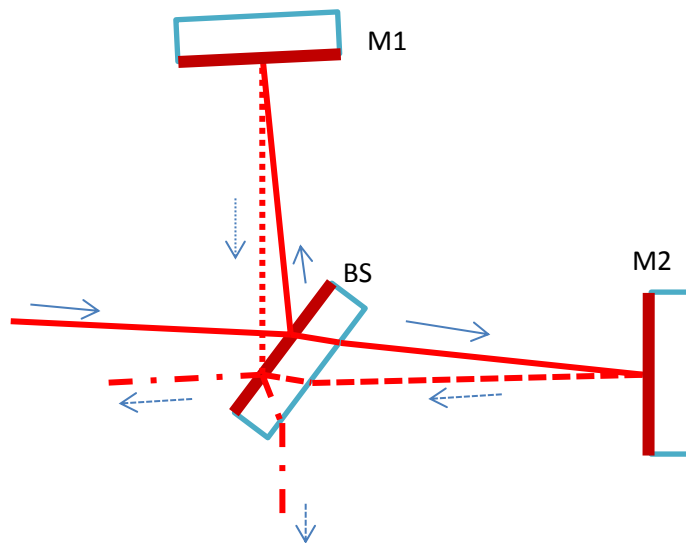
Interferometr Michelsona

(rys. 3) jest jednym z urządzeń za pomocą których możemy obserwować opisaną powyżej interferencję. Wykorzystuje jedną płytkę światłdzielącą dwa razy: do podziału wiązki lasera i połączenia wiązek biegnących z obu ramion i skierowania ich razem na ekran. Na rys. 3. wyobraziłem takie ustawienie interferometru dla którego wiązki wychodzące biegną dokładnie równoległe do siebie oraz nie są względem siebie przesunięte poprzecznie. Osiągnięcie takiej konfiguracji w praktyce wymaga bardzo dokładnego ustawienia luster.

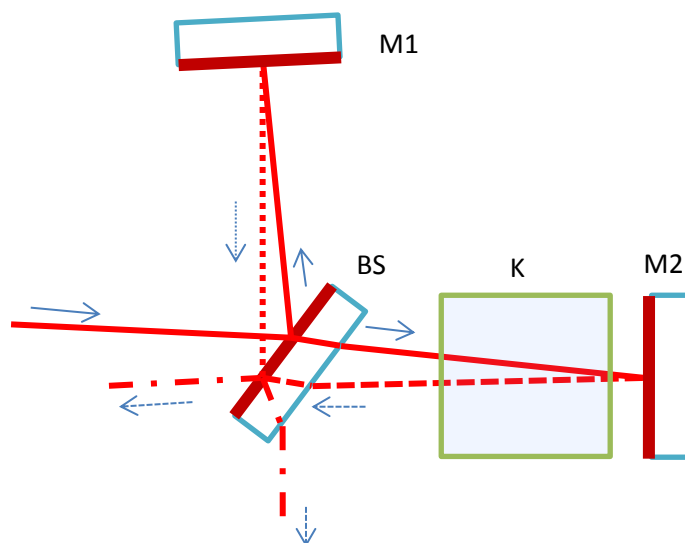
Pytanie 5: co się będzie działo gdy zaczniemy obracać lustro M2 wokół osi y (prostopadłej do rysunku) przechodzącej przez punkt padania narysowanego promienia?

Pytanie 6: Niech interferometr będzie ustawiony idealnie jak na rysunku a drogi optyczne w obu ramionach niech będą idealnie równe. Jakiego wówczas obrazu spodziewasz się na ekranie? Następnie przesunmy w myślach lustro M2 wzdłuż wiązki o $\frac{1}{4}$ długości fali. O ile zmieni się różnica faz między falami na wyjściu interferometru? Jak to wpłynie to na obraz? W obu przypadkach prześledź przepływ energii z lasera wzdłuż toru promieni zaznaczonych na rys. 3.

Pomiar współczynnika załamania gazu jest możliwy przy użyciu interferometru Michelsona poprzez wstawienie komórki z gazem do jednego z ramion interferometru i obserwację obrazu na ekranie w



Rys. 3. Interferometr Michelsona ustawiony idealnie – wiązki wychodzące całkowicie się nakrywają. Zwróć uwagę, że uzyskanie idealnego nakrywania jest możliwe gdy ramiona interferometru są równej długości lub gdy wiązki wracają wprost do lasera.



Rys. 4. Komórka z powietrzem K wstawiona w interferometr Michelsona.

funkcji ciśnienie gazu w komórce – od próżni aż do ciśnienia docelowego. Na skutek napełniania komórki gazem współczynnik załamania n w jej wnętrzu rośnie od 1 do wartości nieco większej $n = 1 + \delta n$, wywołanej obecnością cząsteczek gazu². Zmiana ta wydłuża drogę optyczną pokonywaną przez fale w komórce, odrobinę skrząc długość fali od wartości w próżni λ_0 do wartości λ_0/n . Wydłużeniu ulega wektor falowy $|k| = n\omega/c$ i w efekcie fala elektromagnetyczna przechodząc przez komórkę o długości L nabiera dodatkowej fazy $\delta\phi = L\delta k = \frac{L\omega}{c}\delta n$.

Pytanie 7: Przekręćmy w interferometrze lustro M2 tak aby obserwować na ekranie prążki o odległości maksimum 5mm. Niech $\delta\phi = 3\pi$ dla docelowego ciśnienia gazu. Jak będzie się zmieniał obraz na ekranie w miarę wzrostu ciśnienia gazu w komórce?

(*) Fale sferyczne. Wiązkę światła wybiegającą z małego obszaru (np. z ogniska soczewki) możemy z dala od jej obszaru skupienia (tzw. przewężenie) opisywać jako falę sferyczną wzorem³:

$$E(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{|r|} \cos(k|r| - \omega t + \phi) \quad (5)$$

Powyżej r jest odległością od źródła fali. Falę taką jest równoważna pękowi promieni rozbiegających się z punktu. W rzeczywistości będziemy pracować z wiązkami które rozchodzą się z obszaru średnicy ułamka mm w mały wycinek kąta bryłowego i przypominają stożek.

W dużej odległości od źródła, w okolicy ekranu na którym będziemy obserwować falę, przybliżmy powyższy wzór w postaci ułatwiającej przekształcenia. Niech R będzie odległością od źródła fali do środka wiązki na ekranie mierzoną wzdłuż toru biegu wiązki przez układ optyczny. Niech x będzie odległością od środka wiązki do interesującego nas punktu obserwacji na ekranie. W eksperymencie R jest rzędu 300mm, zaś x rzędu 1mm, wobec czego możemy skorzystać z przybliżenia całkowitej odległości $r = \sqrt{R^2 + x^2} \simeq R + \frac{x^2}{2R}$. Przybliżenie to odpowiada zastąpieniu sfery paraboloidą, bardzo upraszczając rachunki. Wstawiamy to przybliżenie do wzoru (5) uzyskując prostą postać:

$$\vec{E}(x, t) = \frac{\vec{E}_0}{R} \cos\left(\frac{kx^2}{2R} + kR - \omega t + \phi\right) \quad (6)$$

W mianowniku pierwszego ułamka dającego amplitudę oscylacji zaniedbałem poprawkę do odległości, ponieważ mało wpływa ona na końcową amplitudę, nie daje żadnego istotnego efektu. Odwrotnie, w argumentie funkcji cosinus najbardziej istotna jest właśnie poprawka do odległości, ponieważ opisuje ona bardzo duże w porównaniu z długością fali zniekształcenie sferyczne frontu falowego.

Pytanie 8: Narysuj fronty falowe fali sferycznej. Zaznacz na rysunku pierwszy wyraz argumentu cosinusa ze wzoru (6).

(*) Interferencja fal sferycznych. Wróćmy do rozważań dotyczących rys. 2, ale tym razem niech interferują fale sferyczne. Obliczmy natężenie sumarycznego pola:

$$I(x) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left(\vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos\left(kx^2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) + k(R_2 - R_1) + \phi_2 - \phi_1\right) \right) \quad (4)$$

Tym razem uzyskujemy obraz typu pierścieni Newtona.

² Przystępnie i ciekawie podane informacje na temat współczynnika załamania znajdziesz w Feynmannu wykładach z fizyki, tom 1 część 2, rozdział 31.

³ W tym przypadku kierunek wektora pola jest prostopadły do linii łączącej punkt obserwacji ze źródłem fali, co komplikuje opis (patrz np. J. Jackson, Elektrodynamika klasyczna, rozdz 9.2). Dla naszych potrzeb wystarczy rozważać tylko amplitudę pola i dlatego na chwilę zdejmujemy strzałki.

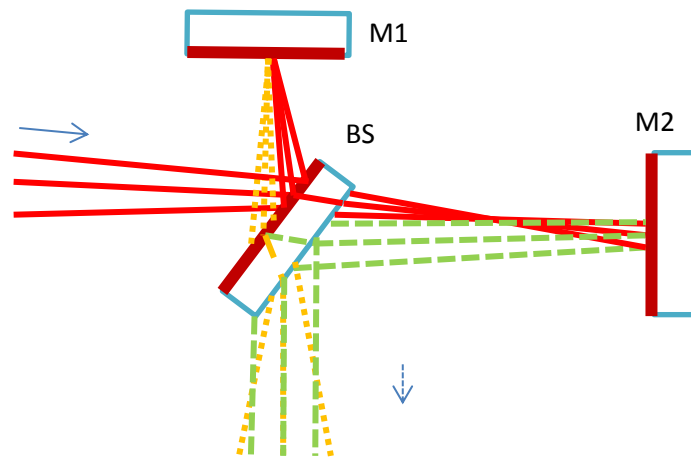
Pytanie 9: naskicuj fronty falowe dwóch nakładających się fal sferycznych o różnych promieniach krzywizny $R_1 \gg R_2$. Podaj wzór na promień ciemnego lub jasnego pierścienia. Jaki wpływ na obraz będzie miała zmiana R_1 ?

Pytanie 10: Dorysuj ekran do rys. 3, zmień interferometr na różnoramienny. Zaznacz położenie ogniska, przed interferometrem. Zaznacz R_1 i R_2 na rysunku.

(*) Fluktuacja częstotliwości lasera. Do tej pory rozważaliśmy wiązkę lasera o stałej częstotliwości ω . W przypadku prawdziwego lasera praktycznie nigdy tak nie jest. Częstotliwość delikatnie oscyluje.

Pytanie 11: Załóżmy, że częstotliwość lasera wpuszczanego do

interferometru zmieniła się o pewną niewielką wartość $\delta\omega$. Czy wpłynie to na obraz interferencyjny? Jak ta zmiana zależy od różnicy między długościami ramion interferometru? W jaki sposób można z dużą precyzją wyrównać długości ramion?



Rys. 5. Wiązki zogniskowane (fale sferyczne) w interferometrze Michelsona o ramionach różnej długości. Fala odbita od dalszego lustra (M2) jest na wyjściu wolniej rozbieżna niż odbita od M1.