

# INTERFEROMETR MICHELSONA ver. R

Celem ćwiczenia jest konstrukcja interferometru Michelsona i weryfikacja jego zdolności pomiaru frontów falowych.

## A. Ustawienie interferometru

1. Przygotuj dużą, skolimowaną wiązkę laserową – albo wprost z lasera z teleskopem, albo dobuduj teleskop do lasera z małą wiązką
2. Zbuduj interferometr Michelsona o równych ramionach w którym wiązki **nie** wracają do lasera (dla uniknięcia dodatkowych efektów interferencyjnych)
3. Patrząc na cień jakiegoś obiektu lub używając przysłony do wycięcia fragmentu wiązki ustaw wiązki z obu ramion ściśle równolegle.
4. Po otwarciu przysłony na ekranie umieszczony tuż za interferometrem prążki interferencyjne. Mogą być bardzo gęste. Dotykanie interferometru może powodować tak duże ruchy prążków, że nie będziesz ich w stanie rozróżnić.
5. Sprawdź że gęstość prążków zależy od kąta między wiązkami poprzez jego bardzo delikatne zmienianie lustrami interferometru.
6. Może się zdarzyć, że złapiesz interferencję między wiązką z jednego z ramion a jakimś pasożytniczym odbiciem, co poznasz po tym że obraz nie będzie zależał od położenia lustra w drugim ramieniu. W takim przypadku wróć do punktu 3.
7. Ustaw wiązki tak dokładnie równolegle do siebie jak to tylko możliwe patrząc na gęstość prążków.

## B. Opcjonalnie – przygotowanie pomiarów na kamerze.

1. Zobrazuj powierzchnie jednego z luster interferometru na kamerkę internetową. W tym celu użyj soczewki i sprawdź że przezroczysta folia z nadrukiem przyłożona do lustra daje ostry obraz na kamerze.
2. Zmierz powiększenie

## C. Pomiar gęstości prążków w funkcji kąta między wiązkami

1. Zmierz skok wybranej śruby regulacyjnej lustra M1 lub M2 suwmiarką wykonując np. 10 obrotów. Zaokrąglij wynik zakładając że jest on okrągłym ułamkiem 1mm.
2. W funkcji kąta obrotu tej śruby zmierz gęstość prążków na ekranie lub kamerze.
3. Wynikiem pomiaru ma być eksperymentalna zależność gęstości prążków od kąta między wiązkami na tle idealnej krzywej teoretycznej.

## D. Pomiar różnicy krzywizn frontów falowych

1. Wstaw soczewkę przed interferometrem i zogniskuj wiązkę lasera na lustrze M1.
2. Lustro M2 umieść na stoliku umożliwiającym regulację długości tego ramienia.
3. Zaplanuj i dokonaj pomiaru umożliwiającego analizę zależności uzyskiwanego obrazu prążków od różnicy długości ramion.
4. Wynikiem pomiaru ma być zależność eksperymentalna na tle idealnej krzywej teoretycznej.

## PODSTAWOWA FIZYKA INTERFEROMETRU MICHELSONA

**Fala płaska.** Dużą, skolimowaną (tj. biegnącą bez zmiany średnicy) wiązkę światła z lasera możemy z dobrym przybliżeniem opisywać jako falę płaską. Częstość fali  $\omega$  i wektor falowy  $\vec{k}$  wiążą się z długością fali wzorami  $|k| = 2\pi/\lambda$ ,  $|k| = \omega/c$ . Pole elektryczne w takiej fali opisywane jest wzorem:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \quad (1)$$

Faza  $\phi$  powyżej jest dowolna. Fala taka jest nieskończenie rozciągła i jest równoważna pękowi równoległych promieni świetlnych. W rzeczywistości będziemy pracować z wiązkami które mają skończoną średnicę i przypominają cylinder wykrojony z fali płaskiej o osi wzdłuż kierunku propagacji.

**Natężenie światła** to ilość energii niesiona przez falę na jednostkę czasu i powierzchni. Jest ono proporcjonalne do uśrednionego po okresie drgań kwadratu pola elektrycznego<sup>1</sup>.

$$I = \frac{\epsilon_0 c}{2} \vec{E}_0^2 \quad (2)$$

Powyżej  $\epsilon_0$  jest przenikalnością próżni zaś  $c$  prędkością światła.

**Fronty falowe** to powierzchnie stałej fazy, czyli argumentu funkcji cos w powyższym wzorze. Zmiana fazy o  $2\pi$  nie powoduje żadnego efektu fizycznego, dlatego równanie określające fronty falowe możemy dla fali płaskiej zapisać w postaci:  $\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi = 2n\pi + \phi_0$  gdzie  $n$  jest dowolną liczbą całkowitą, zaś  $\phi_0$  dowolnie wybraną stałą fazą odniesienia.

**Dla fali płaskiej fronty falowe są płaszczyznami**, stąd nazwa fali.

Pytanie 1: jak poruszają się fronty falowe? Załóż że wektor falowy leży w kierunku +z i np. rozwiąż równanie zapisane powyżej.

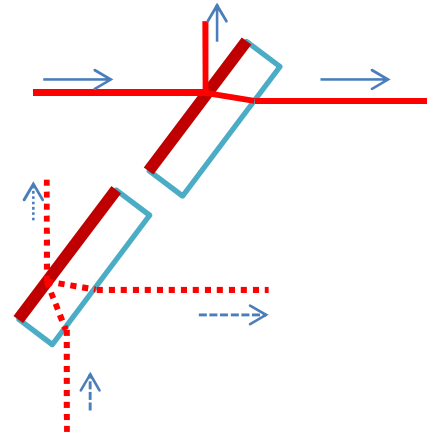
**Płytkę światłodzielną.** W eksperymentach interferencyjnych do dzielenia i nakładania wiązek laserowych używamy lusterek półprzepuszczalnych. Są to płytki szklane pokryte warstwą metalu lub warstwami dielektryka<sup>2</sup> które odbijają część padającego promieniowania, resztę zaś przepuszczają.

Na rysunku obok narysowałem bieg promienia padającego od strony pokrycia (linie ciągłe) oraz od wnętrza płytki (linie przerywane). Zauważ, że w jednym przypadku światło odbija się od ośrodka gęstszego, skutkiem czego zmienia fazę o  $\pi$ .

Przy odbiciu od ośrodka rzadszego faza nie zmienia się, podobnie przy przejściu przez płytkę.

Pytanie 2: Jeśli płytkę odbija 50% energii padającego promieniowania i nie wprowadza żadnych strat, to jaki jest stosunek natężenia pola fali odbitej do fali padającej? Użyj wzoru (2).

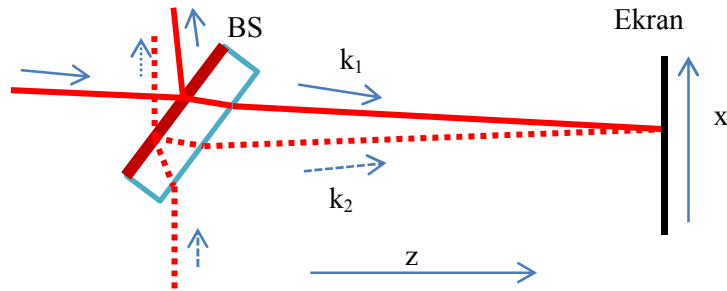
Jak opisziesz poszczególne fale występujące na rys. 1 wzorami typu (1)? Jak będą powiązane wektory falowe i fazy  $\phi$ ? (nie wyprowadzaj wzorów, przedstaw warunki które muszą być spełnione zgodnie z treścią powyżej i prawem odbicia)



Rys. 1. Płytkę światłodzielną. Na górze wiązka pada od strony pokrycia, na dole od tyłu płytki.

<sup>1</sup> Średni kwadrat pola elektrycznego w ustalonym punkcie wyraża się z definicji wzorem  $\langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{E}^2(\vec{r}, t) dt$  gdzie  $T$  jest okresem drgań. Korzystając z faktu że  $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$  a także z faktu że średnia wartość cosinusa w pełnym okresie wynosi zero, można przywołaną całkę łatwo wykonać.

<sup>2</sup> Patrz W. Demtröder, „Spektroskopia laserowa”, rozdz 4.2.7 lub hasło „optical coating”



Rys. 2. Łączenie wiązek nadbiegających z lewej i z dołu na płytce światłodzielną i obserwacja ich interferencji na ekranie.

**Interferencja fal na płytce światłodzielną** (rys. 2). Niech na płytkę z dwóch stron padają fale płaskie, których kierunki propagacji są tak dobrane, aby część odbita pierwszej fali utworzyła z częścią przechodzącą drugiej fali bardzo mały kąt  $\alpha$ . Oznaczmy symbolami  $E_1$  i  $E_2$  amplitudy pola elektrycznego tych fal, zaś  $k_1$  i  $k_2$  będą ich wektorami falowymi. Pole w okolicy ekranu jest sumą pól obu fal:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1) + \vec{E}_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2) \quad (3)$$

Pytanie 3: Naskicuj fronty falowe fal 1 i 2.

Jasność światła które obserwujemy na ekranie jest związana z jego natężeniem. Obliczmy natężenie sumarycznego pola równe  $I(\vec{r}) = \epsilon_0 c \langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle$ , gdzie symbol  $\langle \ \rangle$  oznacza uśrednianie po okresie drgań:

$$I(\vec{r}) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left( \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos\left(\left(\vec{k}_2 - \vec{k}_1\right) \cdot \vec{r} + \phi_2 - \phi_1\right) \right) \quad (4)$$

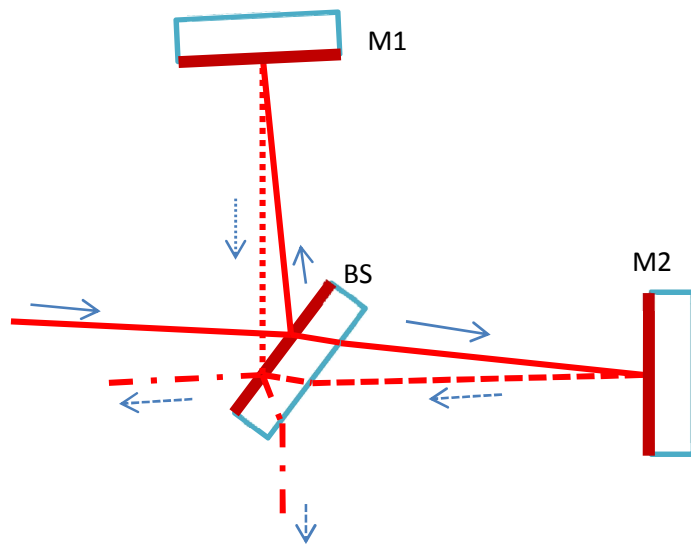
Jeśli wybierzemy układ współrzędnych w którym płaszczyzna  $x$ - $z$  zawiera wektory falowe (kierunki propagacji) obu fal i oś  $z$  pokrywa się z dwusieczną tego kąta, jak na rysunku 2, to różnica wektorów falowych występująca powyżej będzie skierowana wzdłuż osi  $x$  i wyniesie  $\vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \hat{e}_x |k| \alpha$ , gdzie  $\hat{e}_x$  jest wersorem w kierunku  $x$  i skorzystałem z przybliżenia małych kątów.

Pytanie 4: Naskicuj wykres natężenia światła od położenia  $x$  na ekranie, zakładając że amplitudy obu interferujących fal są równe. Jaki musi być kąt między wiązkami żeby odległość między sąsiednimi minimami wynosiła 1mm jeśli długość fali wynosi 500nm?

Pytanie 5: Zaznacz maksima i minima interferencyjne na rysunku z pytania 3, korzystając z faktu że maksima powstają tak gdzie fazy obu fal są identyczne. Następnie użyj faktu że odległość między frontami falowymi jest równa długości fali aby obliczyć odległość sąsiednich maksimów z tego rysunku.

### Interferometr Michelsona

(rys. 3) jest jednym z urządzeń za pomocą których możemy obserwować opisaną powyżej interferencję. Wykorzystuje jedną płytkę światłdzielącą dwa razy: do podziału wiązki lasera i połączenia wiązek biegnących z obu ramion i skierowania ich razem na ekran. Na rys. 3. wyobraziłem takie ustawienie interferometru dla którego wiązki wychodzące biegną dokładnie równoległe do siebie oraz nie są względem siebie przesunięte poprzecznie. Osiągnięcie takiej konfiguracji w praktyce wymaga bardzo dokładnego ustawienia luster.

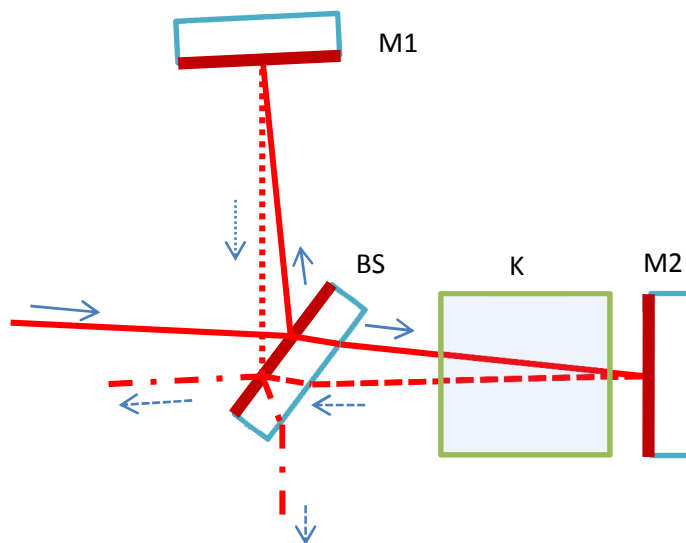


Rys. 3. Interferometr Michelsona ustawiony idealnie – wiązki wychodzące całkowicie się nakrywają. Zwróć uwagę, że uzyskanie idealnego nakrywania jest możliwe gdy ramiona interferometru są równej długości lub gdy wiązki wracają wprost do lasera.

Pytanie 5: co się będzie działo gdy zaczniemy obracać lustro M2 wokół osi y (prostopadłej do rysunku) przechodzącej przez punkt padania narysowanego promienia?

Pytanie 6: Niech interferometr będzie ustawiony idealnie jak na rysunku a drogi optyczne w obu ramionach niech będą idealnie równe. Jakiego wówczas obrazu spodziewasz się na ekranie? Następnie przesuńmy w myślach lustro M2 wzdłuż wiązki o  $\frac{1}{4}$  długości fali. O ile zmieni się różnica faz między falami na wyjściu interferometru? Jak to wpłynie to na obraz? W obu przypadkach prześledź przepływ energii z lasera wzdłuż toru promieni zaznaczonych na rys. 3.

**Pomiar współczynnika załamania gazu** jest możliwy przy użyciu interferometru Michelsona poprzez wstawienie komórki z gazem do jednego z ramion interferometru i obserwację obrazu na ekranie w funkcji ciśnienia gazu w komórce – od próżni aż do ciśnienia



Rys. 4. Komórka z powietrzem K wstawiona w interferometr Michelsona.

docelowego. Na skutek napełniania komórki gazem współczynnik załamania  $n$  w jej wnętrzu rośnie od 1 do wartości nieco większej  $n = 1 + \delta n$ , wywołanej obecnością cząsteczek gazu<sup>3</sup>. Zmiana ta wydłuża drogę optyczną pokonywaną przez fale w komórce, odrobinę skracając długość fali od wartości w próżni  $\lambda_0$  do wartości  $\lambda_0/n$ . Wydłużeniu ulega wektor falowy  $|k| = n\omega/c$  i w efekcie fala elektromagnetyczna przechodząc przez komórkę o długości  $L$  nabiera dodatkowej fazy  $\delta\phi = L\delta k = \frac{L\omega}{c}\delta n$ .

Pytanie 7: Przekręćmy w interferometrze lustro M2 tak aby obserwować na ekranie prążki o odległości maksimum 5mm. Niech  $\delta\phi = 3\pi$  dla docelowego ciśnienia gazu. Jak będzie się zmieniał obraz na ekranie w miarę wzrostu ciśnienia gazu w komórce?

**Fale sferyczne.** Wiązkę światła wybiegającą z małego obszaru (np. z ogniska soczewki) możemy z dala od jej obszaru skupienia (tzw. przewężenie<sup>4</sup>) opisywać jako falę sferyczną wzorem<sup>5</sup>:

$$E(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{|r|} \cos(k|r| - \omega t + \phi) \quad (5)$$

Powyżej  $r$  jest odległością od źródła fali. Falę taką jest równoważna pękowi promieni rozbiegających się z punktu. W rzeczywistości będziemy pracować z wiązkami które rozchodzą się z obszaru średnicy ułamka mm w mały wycinek kąta bryłowego i przypominają stożek.

W dużej odległości od źródła, w okolicy ekranu na którym będziemy obserwować falę, przybliżmy powyższy wzór w postaci ułatwiającej przekształcenia. Niech  $R$  będzie odległością od źródła fali do środka wiązki na ekranie mierzoną wzdłuż toru biegu wiązki przez układ optyczny. Niech  $x$  będzie odległością od środka wiązki do interesującego nas punktu obserwacji na ekranie. W eksperymencie  $R$  jest rzędu 300mm, zaś  $x$  rzędu 1mm, wobec czego możemy skorzystać z przybliżenia całkowitej odległości  $r = \sqrt{R^2 + x^2} \simeq R + \frac{x^2}{2R}$ . Przybliżenie to odpowiada zastąpieniu sfery paraboloidą, bardzo upraszczając rachunki. Wstawiamy to przybliżenie do wzoru (5) uzyskując prostą postać:

$$\vec{E}(x, t) = \frac{\vec{E}_0}{R} \cos\left(\frac{kx^2}{2R} + kR - \omega t + \phi\right) \quad (6)$$

W mianowniku pierwszego ułamka dającego amplitudę oscylacji zaniedbałem poprawkę do odległości, ponieważ mało wpływa ona na końcową amplitudę, nie daje żadnego istotnego efektu. Odwrotnie, w argumentie funkcji cosinus najbardziej istotna jest właśnie poprawka do odległości, ponieważ opisuje ona bardzo duże w porównaniu z długością fali zniekształcenie sferyczne frontu falowego.

Pytanie 8: Narysuj fronty falowe fali sferycznej. Zaznacz na rysunku pierwszy wyraz argumentu cosinusa ze wzoru (6).

<sup>3</sup> Przystępnie i ciekawie podane informacje na temat współczynnika załamania znajdziesz w Feynmana wykładach z fizyki, tom 1 część 2, rozdział 31.

<sup>4</sup> Ścisły wzór opisujący wiązkę laserową w szerokiej gamie przypadków znajdziesz pod hasłem wiązka gaussowska (Gaussian beam) np. w K. Shimoda, „Wstęp do fizyki laserów”.

<sup>5</sup> W tym przypadku kierunek wektora pola jest prostopadły do linii łączącej punkt obserwacji ze źródłem fali, co komplikuje opis (patrz np. J. Jackson, „Elektrodynamika klasyczna”, rozdz 9.2). Dla naszych potrzeb wystarczy roważyć tylko amplitudę pola i dlatego na chwilę zdejmiemy strzałki.

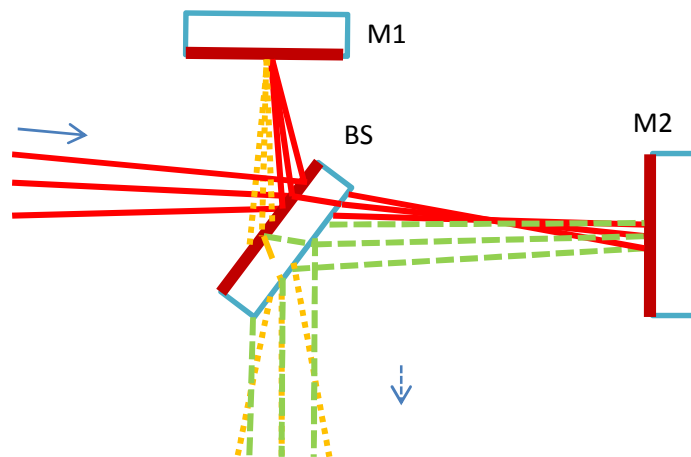
**Interferencja fal sferycznych.** Wróćmy do rozważań dotyczących rys. 2, ale tym razem niech interferują fale sferyczne. Obliczmy natężenie sumarycznego pola:

$$I(x) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left( \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \left( kx^2 \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + k(R_2 - R_1) + \phi_2 - \phi_1 \right) \right) \quad (4)$$

Tym razem uzyskujemy obraz typu pierścieni newtona.

Pytanie 9: naskicuj dwie nakładające się fale sferyczne o różnych promieniach krzywizny  $R_1 \neq R_2$ . Podaj wzór na promień ciemnego lub jasnego pierścienia. Jaki wpływ na obraz będzie miała zmiana  $R_1$ ?

Pytanie 10: Dorysuj ekran do rysunku 5. Zaznacz  $R_1$  i  $R_2$  na rysunku.



Rys. 5. Wiązki zogniskowane (fale sferyczne) w interferometrze Michelsona o ramionach różnej długości. Fala odbita od dalszego lustra (M2) jest na wyjściu wolniej rozbieżna niż odbita od M1.